REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA ŠOLSTVO IN ŠPORT
unisVET
uvajanje novih izobraževalnih programov na področju storitev
Naložba v vašo prihodnost
OPERACIJO DELNO FINANCIRA EVROPSKA UNIJA
Evropski socialni sklad

Viktorija Pirš

STATISTIČNA ANALIZA POJAVOV

Program: EKONOMSKI TEHNIK
Modul: Ekonomika poslovanja
Vsebinski sklop: POSLOVNO RAČUNSTVO IN STATISTIČNA ANALIZA POJAVOV

Ljubljana, november 2010

Srednje strokovno izobraževanje

Program: **Ekonomski tehnik**
Modul: **Ekonomika poslovanja**
Vsebinski sklop: **Poslovno računstvo in statistična analiza pojavov**

Naslov učnega gradiva
Statistična analiza pojavov

Ključne besede: **statistika, statistična analiza pojavov, osnovni statistični kazalci, statistično raziskovanje, statistično opazovanje, obdelava zbranih podatkov, prikazovanje statističnih podatkov, relativna števila, strukture, koeficienti, indeksi, kazalci rasti, stopnje, frekvenčna porazdelitev, srednje vrednosti, aritmetična sredina, mediana, modus.**

Seznam kompetenc, ki jih zajema učno gradivo:
PRS1: Reševanje problemov s področja sklepnega, razdelilnega, procentnega in obrestnega računa.
PRS2: Izračun in interpretacija osnovnih statističnih kazalcev.

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

311:33(075.8)(0.034.2)

PIRŠ, Viktorija
Statistična analiza pojavov [Elektronski vir] / Viktorija Pirš.
- El. knjiga. - Ljubljana : GZS, Center za poslovno usposabljanje,
2010. - (Srednje strokovno izobraževanje. Program Ekonomski
tehnik. Modul Ekonomika poslovanja. Vsebinski sklop Poslovno
računstvo in statistična analiza pojavov)

Način dostopa (URL): http://www.unisvet.si/index/activityId/44. -
Projekt UNISVET

ISBN 978-961-6413-54-1

254490112

Avtorica: **Viktorija Pirš**
Recenzentka: **Monika Terseglav Klemenc**
Lektorica: **Vesna Fabjan**

Založnik: **GZS Ljubljana, Center za poslovno usposabljanje**
Projekt unisVET

URL: http://www.unisvet.si/index/index/activityId/44
Kraj in datum: **Ljubljana, november 2010**



To delo je ponujeno pod licenco Creative Commons:
Priznanje avtorstva-Nekomercialno-Deljenje pod enakimi pogoji.

Učno gradivo je nastalo v okviru projekta unisVET Uvajanje novih izobraževalnih programov v srednjem poklicnem in strokovnem izobraževanju s področja storitev za obdobje 2008-2012, ki ga sofinancirata Evropska unija preko Evropskega socialnega sklada in Ministrstvo Republike Slovenije za šolstvo in šport. Operacija se izvaja v okviru operativnega programa razvoja človeških virov za obdobje 2007 – 2013, razvojne prioritete: Razvoj človeških virov in vseživljenjskega učenja, prednostna usmeritev Izboljšanje kakovosti in učinkovitosti sistemov izobraževanja in usposabljanja.

Vsebina gradiva v nobenem primeru ne odraža mnenja Evropske unije. Odgovornost za vsebino nosi avtor.

KAZALO

PREDGOVOR **4**
1. STATISTIKA IN STATISTIČNA ANALIZA POJAVOV **5**
1.1 POMEN BESEDE STATISTIKA **5**
1.2 OSNOVNI STATISTIČNI POJMI **6**
2. STATISTIČNO RAZISKOVANJE **8**
2.1 NAČRTOVANJE STATISTIČNEGA RAZISKOVANJA **8**
2.2 STATISTIČNO OPAZOVANJE **8**
2.2.1 Izvajanje statističnega opazovanja **9**
2.3 OBDELAVA ZBRANIH PODATKOV **9**
2.4 PRIKAZOVANJE STATISTIČNIH PODATKOV **11**
2.4.1 Prikazovanje podatkov s tabelami **11**
2.4.2 Zgradba tabele **12**
2.4.3 Prikazovanje podatkov z grafikoni **12**
2.5 STATISTIČNA ANALIZA OPAZOVANEGA POJAVA **14**
3. RELATIVNA ŠTEVILA **18**
3.1 STRUKTURE **18**
3.1.1 Enorazsežna struktura **18**
3.1.2 Grafično prikazovanje enorazsežnih struktur **19**
3.1.3 Večrazsežna struktura **20**
3.1.4 Grafično prikazovanje dvorazsežnih struktur **22**
3.2 STATISTIČNI KOEFICIENTI **22**
3.2 STATISTIČNI KOEFICIENTI **23**
3.2.1 Grafično prikazovanje statističnih koeficientov **24**
3.3 INDEKSI **26**
3.3.1 Grafično prikazovanje indeksov **27**
3.4 KAZALCI RASTI **29**
3.5 STOPNJE **30**
4. FREKVENČNE PORAZDELITVE **40**
4.1 OPREDELITEV RAZREDOV **40**
4.2 OPIS FREKVENČNE PORAZDELITVE **42**
4.2.1 Grafični prikaz frekvenčne porazdelitve **43**
5. SREDNJE VREDNOSTI **49**
5.1 ARITMETIČNA SREDINA (M) **49**
5.2 MEDIANA (Me) **51**
5.3 MODUS (Mo) **54**
5.3.1 Odnosi med aritmetično sredino, mediano in modusom **55**
6. LITERATURA **58**

PREDGOVOR

Učbenik Statistična analiza pojavov je namenjen dijakom srednješolskega programa ekonomski tehnik in je usklajen s katalogom znanj za statistično analizo pojavov v okviru modula Ekonomika poslovanja. Učbenik naj bi bil dijakom v začetno pomoč pri pridobivanju osnovnega znanja iz statistike, ki omogoča lažje razumevanje strokovne literature z različnih področij ter spremljanje aktualnih novic s področja gospodarstva. Poznavanje statistike zmanjša možnost zavajanja in zlorabe statističnih podatkov. Podana snov se navezuje tudi na ostale ekonomske module (npr. Sodobno gospodarstvo) in predpostavlja osnovno računalniško pismenost (poznavanje delovanja programa Excel).

Strokovno je učbenik pregledala mag. Monika Terceglav Klemenc, za odpravo jezikovnih napak pa je poskrbela Vesna Fabjan. Obema iskrena hvala za pomoč in za strokovne nasvete.

Učbenik je razdeljen na pet poglavij, v katerih teoretičnim osnovam sledijo praktični primeri in vaje z rešitvami.

Ob prebiranju gradiva vam želim veliko vedoželjnosti.

Viktorija Pirš

Kamnik, 15.10.2010

1. STATISTIKA IN STATISTIČNA ANALIZA POJAVOV

1.1 POMEN BESEDE STATISTIKA

Pojem statistika se v vsakdanjem življenju pogosto pojavlja. Omenja se predvsem v dnevnem časopisju, poročilih, ekonomiji in podobno. Beseda statistika (lat. »status«) pomeni stanje, razmere, državo.

Najstarejši ohranjen zapis prikazovanja podatkov, razvrščanja s štetjem, je primer rovaša iz paleolitika, na kosti mladega volka so izrezane različne črtice. Podobne »rovaše« so kasneje uporabljali gostilničarji za štetje popitega vina.

Kot veda se je statistika začela razvijati v 17. stoletju.

Pojem statistika označuje:
- **sistematično zbrane številske podatke** o najrazličnejših pojavih;
- **dejavnost**, ki se ukvarja z opazovanjem množičnih pojavov, zbiranjem podatkov o pojavih, z obdelavo zbranih podatkov, s prikazovanjem in analiziranjem;
- posebno **vejo znanosti**, ki razvija metode zbiranja statističnih podatkov, njihove analize in predstavitve.

Področje statistične dejavnosti ureja država z ustreznimi predpisi. Dejavnost državne statistike pri nas izvaja *Statistični urad Republike Slovenije*. Statistični urad sodeluje z mednarodnimi strokovnimi institucijami, z Evropsko centralno banko in je del evropskega statističnega sistema EUROSTAT. Pri svojem delovanju upošteva zakonodajo, ki jo predpisuje Evropska unija. V ogled priporočam spletno stran http://epp.eurostat.ec.europea.eu.

Statistični urad Republike Slovenije izdaja številne statistične publikacije, ki vsebujejo sistematično zbrane številske podatke. Najobsežnejša publikacija je *Statistični letopis Slovenije*, ki se poleg tiskane oblike nahaja tudi na spletni strani http://www.stat.si/letopis/index_letopis.asp. Statistični letopis vsebuje statistične podatke za vsa pomembnejša področja družbenoekonomskega dogajanja. V prvem delu se nahajajo podatki po področjih (prebivalstvo, zaposlenost …) za celotno državo, sledijo podatki, urejeni po statističnih regijah in občinah.

Mesečno se izdaja Mesečni statistični pregled, vsi glavni podatki o Sloveniji pa se najdejo v publikaciji Slovenija v številkah, ki je dostopna na spletni strani http://www.stat.si/publikacije/pub_slovenija.asp. Poleg tega se izdajajo še rezultati posameznih raziskav za različna področja, ki jih najdemo na naslovu http://www.stat.si/publikacije/pub_regije.asp.

1.2 OSNOVNI STATISTIČNI POJMI

Pri analizi statističnih podatkov se srečamo z naslednjimi temeljnimi statističnimi pojmi:
- populacija,
- enota,
- spremenljivka in
- parameter.

Populacija *je skupina enot oz. končna ali neskončna množica, ki jo statistično preučujemo.* Populacijo lahko sestavljajo živa bitja, dogodki, predmeti ... Populacijo opredelimo po treh vidikih: krajevno, časovno in vsebinsko.
- Pri krajevni opredelitvi določimo geografsko območje (npr. kraj rojstva, bivališče).
- Časovna opredelitev zajema določitev časa opazovanja. Čas opazovanja je lahko določen trenutno (npr. 1.7.2009) ali intervalno (npr. leta 2010).
- Vsebinska opredelitev pa zajema natančen vsebinski opis pojava.

Enota *je posamezen element populacije* (npr. gospodinjstvo, podjetje).

Spremenljivka *je lastnost enote, ki jo preučujemo*. Spremenljivka ima za posamezne enote iz populacije različne vrednosti. Lahko je izražena s številom ali opisom. Glede na to ločimo:
1. Opisne (atributivne) spremenljivke. Tu vrednost izražamo opisno, z besedami (npr. spol, poklic) ali s številko (npr. telefonska številka, EMŠO).
2. Številske (numerične) spremenljivke. Pri teh vrednost izražamo s števili (npr. število točk na testu, teža). Številske spremenljivke ločimo na zvezne in diskretne. Zvezne imajo na določenem razmaku poljubno vrednost (npr. cena), diskretne pa imajo le določene vrednosti, to so cela števila (npr. število družinskih članov).

Parameter izraža *lastnost celotne populacije*. Parameter je število oziroma delež enot, ki ga dobimo s sortiranjem enot glede na vrednost spremenljivke.

ZGLED 1

Določite in opredelite temeljne statistične pojme za naslednji pojav:
udeleženci predavanja iz statistike enote Izobraževanja odraslih na ŠCRM Kamnik, spomladi leta 2009 glede na spol in starost.

Populacija so udeleženci predavanja enote Izobraževanja odraslih iz statistike na ŠCRM Kamnik, spomladi 2009. Opredelitev: krajevna: ŠCRM Kamnik; časovna: spomladi 2009 (gre za intervalno opredelitev); vsebinska: podatki se nanašajo na udeležence enote Izobraževanja odraslih.
Enota je posamezen udeleženec predavanja.
Spremenljivki sta spol in starost. Spol je opisna spremenljivka. Vrednost je izražena opisno (moški in ženski). Starost je posebnost med spremenljivkami. Gre za zvezno številsko spremenljivko, ki pa se izraža kot diskretna, saj njeno vrednost izražamo v dopolnjenih letih.
Parametri so: skupno število vseh slušateljev, število slušateljev po posameznih starostnih skupinah, povprečna starost slušateljev ipd.

V poglavju statistika in statistična analiza pojavov smo na kratko spoznali zgodovinski razvoj statistike, njen spekter delovanja danes, ter poudarili pomembnost razlikovanja osnovnih statističnih pojmov. To znanje predstavlja temelje za nadaljnjo uspešno izvedbo statističnega raziskovanja, ki ga bomo spoznali v naslednjem poglavju.

VAJE

1. Določite in opredelite temeljne statistične pojme za naslednje pojave:
   a) prebivalci v občini Nova Gorica na dan 23.2.2009 po spolu;
   b) izplačani osebni dohodki v Republiki Sloveniji januarja 2010 po višini osebnega dohodka;
   c) dijaki prvega letnika Srednje ekonomske šole Kamnik v šolskem letu 2010/2011 po učnem uspehu v osmem razredu (ki je izražen z ocenami do 5) in oddaljenosti od doma do šole.

Rešitve

1. a) Populacija je množica prebivalcev v občini Nova Gorica na dan 23.2.2009. Opredelitev: krajevna: Nova Gorica; časovna; 23.2.2009 (trenutna opredelitev), vsebinska: stalni prebivalci občine.
   Enota je posamezen prebivalec.
   Spremenljivka je spol. Gre za opisno spremenljivko.
   Parametri so npr. skupno število prebivalcev istega spola.

   b) Populacija je množica izplačanih osebnih dohodkov v Republiki Sloveniji januarja 2010. Opredelitev: krajevna: Slovenija; časovna: januar 2010 (intervalna opredelitev); vsebinska: izplačani osebni dohodki.
   Enota je posamezen osebni dohodek.
   Spremenljivka je višina osebnega dohodka. Gre za zvezno številsko spremenljivko.
   Parametri so: skupni znesek izplačanih osebnih dohodkov, število izplačanih osebnih dohodkov, povprečna višina osebnega dohodka itd.

   c) Populacija je množica dijakov prvega letnika Srednje ekonomske šole Kamnik v šolskem letu 2010/2011. Opredelitev: krajevna: Kamnik; časovna: šolsko leto 2010/2011 (intervalna opredelitev); vsebinska: dijaki prvega letnika Srednje ekonomske šole.
   Enota je posamezen dijak.
   Spremenljivki sta učni uspeh v osmem razredu in oddaljenost od doma do šole. Učni uspeh je številska diskretna spremenljivka, oddaljenost pa zvezna številska spremenljivka.
   Parametri so skupno število dijakov prvega letnika ekonomske šole, najpogostejši uspeh dijaka v osmem razredu, povprečna oddaljenost od doma do šole itd.

2. STATISTIČNO RAZISKOVANJE

Statistično raziskovanje je postopek, s katerim zberemo podatke o množičnem pojavu in analiziramo njegove značilnosti. Statistično raziskovanje izvajajo temu namenjene strokovne inštitucije, ustrezni oddelki znotraj podjetij, posamezniki ipd.

Faze statističnega raziskovanja so naslednje:
1. načrtovanje statističnega raziskovanja,
2. statistično opazovanje,
3. obdelava zbranih podatkov,
4. prikazovanje statističnih podatkov,
5. statistična analiza opazovanega pojava.

2.1 NAČRTOVANJE STATISTIČNEGA RAZISKOVANJA

Z načrtovanjem *predvidimo potek celotnega raziskovanja*. Načrtujemo v štirih smereh:
a) **vsebinsko načrtovanje** zajema opredelitev populacije in določitev spremenljivk, ki jih bomo opazovali;
b) v okviru **organizacijsko-tehničnega načrtovanja** moramo odgovoriti na vprašanje, kako bo izvedeno opazovanje populacije, kako bo potekala obdelava zbranih podatkov in kako bodo ti podatki prikazani;
c) pri **analitičnem načrtovanju** predvidimo postopke in določimo parametre, ki jih bomo izračunali;
d) **finančno načrtovanje** pa zajema ocenitev stroškov statističnega raziskovanja.

2.2 STATISTIČNO OPAZOVANJE

Z opazovanjem *zberemo podatke o vseh opazovanih spremenljivkah pri enotah populacije*. Rezultat opazovanja je množica statističnih podatkov, ki so osnova za analizo pojava.

Statistično opazovanje delimo na popolno in delno opazovanje ter na neposredno in posredno opazovanje.

1. a) **Popolno opazovanje** zajema vse enote preučevanega pojava. V okviru popolnega opazovanja ločimo popise, pri katerih opazujemo pojav v danem trenutku, ki ga imenujemo »kritični trenutek«, in sprotno spremljanje oziroma registracijo dogodkov ob njihovem nastanku (npr. rojstva).
   Najstarejši zapis o popisu prebivalstva najdemo v Bibliji, ko je cesar August izdal ukaz, naj se popiše ves svet. Leta 14 so našteli nekaj manj kot 5 milijonov prebivalcev. Prvo štetje prebivalcev na ozemlju današnje Slovenije je bilo leta 1754, prvi pravi popis pa 1857. Od leta 1921, ko smo imeli prvi pravi popis v Kraljevini Jugoslaviji, si popisi praviloma sledijo na 10 let.
   b) **Delno opazovanje** izvedemo, kadar bi popolno opazovanje zahtevalo preveč časa in sredstev. Delno opazovanje ali *vzorčenje* zajema le del populacije, ki ga imenujemo *vzorec*. Na podlagi vzorca dobimo oceno parametrov. Enote so lahko v vzorec izbrane slučajno in pri tem govorimo o slučajnem vzorcu, pri čemer morajo vse enote iz populacije imeti enako verjetnost za izbor v vzorec. Če pa enote izberemo v vzorec po subjektivni presoji, govorimo o neslučajnem vzorcu.

2. a) Pri **neposrednem opazovanju** opazovalec sam ugotavlja vrednosti spremenljivk pri enotah z meritvami.
   b) Pri **posrednem opazovanju** pa izvajalec opazovanja dobi podatke od osebe, ki podatke pozna, ali iz določenega vira, kjer so podatki že zbrani.

2.2.1 Izvajanje statističnega opazovanja

Sestava statističnega vprašalnika
Statistični vprašalnik, s pomočjo katerega zbiramo informacije o statistični enoti, ki jo popisujemo, mora biti čim preprostejši. Vprašane mora seznaniti s cilji vprašalnika. Vprašalnik mora vsebovati čim manjše število vprašanj in navodila za izpolnjevanje. Prav tako je potrebno predhodno preizkusiti vprašalnik na ciljni skupini, da se izognemo morebitnim nejasnostim. Vprašani lahko odgovarjajo na različne načine:

- z da ali ne,
- z obkroževanjem ustreznega odgovora od več navedenih,
- z navajanjem določenih podatkov.

Napake in kontrola pri statističnem opazovanju
Pri zbiranju podatkov se lahko pojavita dve vrsti napak, slučajne in sistematične.

Slučajne napake se pojavijo pri posameznih enotah različno in niso pomembne, ker se učinek pri velikem številu enot izravna. Npr. eden ali nekaj anketiranih napačno interpretira zastavljeno vprašanje in nanj nepravilno odgovori ali pa namenoma poda napačen odgovor.

Sistematične napake pa se pojavljajo pri vseh enotah z enakim učinkom, ki se ne izravna. Do takih napak lahko na primer pride, če je vprašanje neustrezno oziroma dvoumno zastavljeno. Običajno se jim lahko izognemo s predhodnim testiranjem vprašalnika na majhni skupini ciljne populacije.

2.3 OBDELAVA ZBRANIH PODATKOV

Dobro poročilo ali analiza poleg tekstovnega dela vsebuje tudi pravilne in ustrezno oblikovane tabele ali grafikone, ki prikazujejo značilnosti pojava in ki morajo biti pravilno oblikovani. To delo lahko opravimo ročno ali pa s pomočjo računalniškega programa Excel, za uporabo katerega prav tako potrebujemo ustrezno predznanje statistike.

Ker bi torej radi dosegli preglednost nad zbranimi podatki, enote razvrstimo v **skupine** po vrednosti opazovane spremenljivke. Pri opredeljevanju skupin morata biti izpolnjena dva pogoja:

- *enoličnost* skupine, kar pomeni, da so meje skupine določene tako, da vsaka enota spada v natančno eno skupino,
- *enovitost (homogenost)* skupine, ki je odvisna od cilja, saj skupine opredelimo v skladu s cilji raziskovanja in z vsebinskega vidika vključujejo sorodne enote.

Skupino pri številskih spremenljivkah imenujemo **razred**. Pri opisnih spremenljivkah, kjer je opredelitev skupin zahtevnejša, si pomagamo z decimalnimi in drugimi klasifikacijami ali nomenklaturami. To so sistematično po skupinah ali podskupinah urejene vrednosti opisnih spremenljivk.

Statistična vrsta je vrsta istoimenskih podatkov, od katerih se vsak nanaša na eno od skupin.

Ločimo dve skupini statističnih vrst:

- *številske* statistične vrste delimo na zvezne (tu se podatki nanašajo na vrednosti zveznih številskih spremenljivk) in diskretne (podatki se nanašajo na vrednosti diskretnih spremenljivk);

- *opisne* statistične vrste, ki jih dobimo, če podatke razvrstimo po opisni spremenljivki; ločijo se na krajevne (podatke razvrstimo po vrednostih krajevne spremenljivke) in časovne (podatki se nanašajo na posamezne časovne trenutke ali intervale), ki so lahko trenutne in intervalne.

ZGLED 1

Za podatke v tabeli določite statistično vrsto in utemeljite odgovor.

a) Tabela 1: Prepeljani potniki z zračnim prevozom v Sloveniji po letih (Vir: Statistični letopis 2008, str. 373)

Leto	Št. potnikov
2004	885
2005	944
2006	1018
2007	1136

Tabela prikazuje opisno časovno statistično vrsto. Podatki se nanašajo na intervale posameznih let, zato je časovna vrsta intervalna.

b) Tabela 2: Število proizvedenih in prvič javno predvajanih slovenskih kinematografskih filmov v letu 2006 po vrsti filma (Vir: Statistični letopis 2008, str. 182)

Vrsta filma	Število filmov
Dolgometražni igrani filmi	5
Kratkometražni igrani filmi	5
Kratkometražni dokumentarni filmi	10
Kratkometražni animirani filmi	3

Tabela prikazuje opisno statistično vrsto, ker je vrsta kinematografskega filma opisna spremenljivka.

2.4 PRIKAZOVANJE STATISTIČNIH PODATKOV

Podatke prikazujemo s **tabelami** in z **grafikoni**.

2.4.1 Prikazovanje podatkov s tabelami

Tabelarični prikaz uporabljamo, ko hočemo podatke prikazati *natančno* in *celovito*.

Poznamo:
a) **Enorazsežne (enostavne) tabele** prikazujejo eno statistično vrsto.

Tabela 3: Zaposleni v Sloveniji, 2. četrtletje 2000 po sektorjih dejavnosti (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 42)

Sektorji dejavnosti	Št. zaposlenih (v 1000)
Kmetijske dejavnosti	10
Nekmetijske dejavnosti	311
Storitvene dejavnosti	425

b) **Sestavljene tabele** prikazujejo več statističnih vrst, vendar so vse vrste oblikovane po vrednostih iste spremenljivke.

Tabela 4: Zaposleni in samozaposleni v Sloveniji, 2. četrtletje 2000 po sektorjih dejavnosti (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 42)

Sektorji dejavnosti	Št. zaposlenih (v 1000)	Št. samozaposlenih (v 1000)
Kmetijske dejavnosti	10	34
Nekmetijske dejavnosti	311	23
Storitvene dejavnosti	425	42

c) **Večrazsežne tabele** prikazujejo populacijo po dveh ali več spremenljivkah hkrati in več statističnih vrst.

Tabela 5: Zaposleni v Sloveniji, 2. četrtletje 2007 po sektorjih dejavnosti in po spolu (Vir: Statistični letopis 2008, str. 222)

Sektorji dejavnosti	Št. zaposlenih (v 1000)		
	Skupaj	Ženske	Moški
Kmetijske dejavnosti	101	47	54
Nekmetijske dejavnosti	340	103	237
Storitvene dejavnosti	542	296	246

2.4.2 Zgradba tabele

Tabela mora imeti naslov, iz katerega je razvidno, kateri podatki so v njej prikazani, navajati pa mora tudi vir, iz katerega so bili črpani podatki.

Slika 1: Zgradba tabele (Vir: lastni)

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td colspan="3">GLAVA TABELE</td></tr>
<tr><td colspan="3">ZBIRNA VRSTICA</td></tr>
<tr><td rowspan="4">ČELO TABELE</td><td rowspan="4">ZBIRNI STOLPEC</td><td colspan="2">VRSTICA</td></tr>
<tr><td rowspan="3">STOLPEC</td><td>POLJE</td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
</table>

V glavi tabele pojasnimo, kaj bo prikazano v posameznih stolpcih. V čelu tabele opišemo, kaj bodo prikazovale posamezne vrstice. Zbirna vrstica vsebuje vsote podatkov za stolpce, zbirni stolpec pa nasprotno vsote podatkov za vrstice. Posamezni podatek zapišemo v polje.

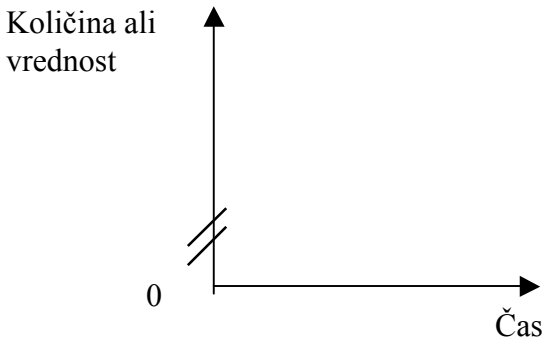
2.4.3 Prikazovanje podatkov z grafikoni

Z grafikoni najpogosteje dopolnimo tabelarični prikaz. Prednost grafičnega prikaza je v *nazornosti* oziroma *preglednosti*.

Vrste grafikonov:

a) **Linijski grafikon** je prikaz podatkov v pravokotnem koordinatnem sistemu. Primeren je za prikaz *številskih* in *časovnih vrst*.

Slika 2: Linijski grafikon (Vir: lastni)



Obe osi, abscisno in ordinatno, ustrezno opišemo tako, da označimo, kaj prikazujemo in v katerih merskih enotah. Skali na obeh oseh imata začetek v izhodišču, ki ga označimo z 0. Če prikazujemo vrednosti, ki so zelo različne od 0, skalo prekinemo.

Pri intervalnih časovnih vrstah točko vrišemo na *sredino časovnega intervala* (razmika), pri trenutnih pa označimo točko na *mestu opazovanega trenutka.*

V linijski grafikon lahko vrišemo tudi več časovnih vrst in s tem prikazujemo več med seboj primerljivih in povezanih pojavov. S tem se poveča analitična vrednost grafičnega prikaza.

b) **S stolpci** prikazujemo predvsem *opisne statistične vrste*, posebej *krajevne*. Primerni so za prikazovanje dveh ali več vsebinsko povezanih statističnih vrst. Pri prikazovanju s stolpci je pomembno, da so enako široki.

c) **S kartogrami** prikazujemo geografsko razširjenost pojava tako, da vrišemo *krajevne statistične vrste* v geografsko karto.

č) **Figure** uporabljamo, kadar želimo na poenostavljen način s pojavom seznaniti čim širši krog prebivalcev. Tu obravnavane pojave predstavljamo s predmeti ali slikami. Uporabljeni znaki morajo biti v vsebinski povezavi s pojavom (npr. slike oseb, knjig).

d) **Krogi** in **kvadrati**. Ploščina geometrijskih likov mora biti v sorazmerju z velikostjo pojava. Znotraj lika skupini z večjim številom enot pripada sorazmerno večja ploščina.

ZGLED 2

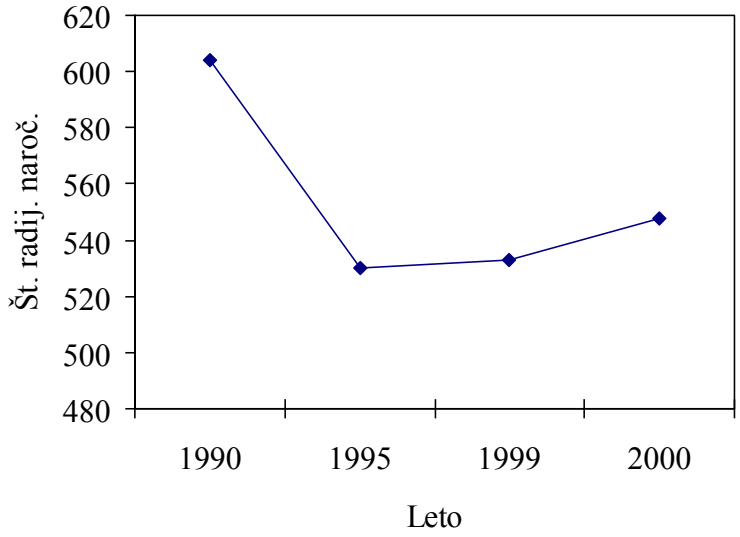
Določite vrsto tabele in statistično vrsto ter podatke prikažite z linijskim grafikonom tako, da skalo na ordinatni osi začnete pri 480.

Tabela 6: Radijski naročniki v Sloveniji po letih (Vir: Slovenija v številkah 2002, str. 26)

Leto	Št. radijskih naročnikov
1990	604
1995	530
1999	533
2000	548

Tabela je enostavna. Prikazuje intervalno časovno vrsto.

Slika 3: Število radijskih naročnikov v Republiki Sloveniji po letih
(Vir: Slovenija v številkah 2002, str.26)



2.5 STATISTIČNA ANALIZA OPAZOVANEGA POJAVA

Množične pojave analiziramo tako, da s posebnimi metodami obdelujemo osnovne podatke. Metode bomo podrobneje obravnavali v naslednjih poglavjih.

V omenjenem poglavju smo se podrobneje seznanili s fazami statističnega raziskovanja. Navedena pravila glede prikaza podatkov v tabeli in grafu ter ustrezne opremljenosti z naslovom in virom, nam bodo v pomoč pri pisanju raznih projektnih nalog in pri predstavitvi statističnih podatkov, do katerih bomo prišli sami. Pri prikazovanju podatkov z grafikoni se srečamo z znanjem matematike, prav tako pa se tema navezuje na modul Informacijsko komunikacijska tehnologija. S tabelaričnim in grafičnim prikazovanjem se bomo srečali tudi v nadaljnjih delih gradiva.

VAJE

1. Za podatke v tabelah določite statistično vrsto in utemeljite odgovore.
   a) Tabela 7: Število ekoloških kmetij v Sloveniji (Vir: Skupaj za zdravje človeka in narave, september 2010, str. 15)

Leto	Število ekoloških kmetij
2001	1000
2002	1160
2003	1415
2004	1582
2005	1718
2006	1876
2007	2000
2008	2067
2009	2096

   b) Tabela 8: Očetje z otroki po starostnih skupinah očeta, popis 1991 (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 16)

Starostne skupine	Št. očetov z otroki (v 1000)
Pod 20	0
20 – 29	1
30 – 39	2
40 – 49	4
50 – 59	3
60 – 69	2
70 +	2

   c) Tabela 9: Branost dnevnih publikacij po številu bralcev, 2007 (Vir: Statistični letopis 2008, str. 170)

Dnevniki	Št. bralcev od vseh 7623 anketiranih
Delo	1246
Direkt	308
Dnevnik	903
Ekipa	219
Finance	241
Primorske novice	326
Slovenske novice	1793
Večer	908

2. a) Podatke iz tabele 7 prikažite z linijskim grafikonom. Za kakšno vrsto tabele gre?
   b) Prikažite podatke v tabeli 10 s stolpci.

Tabela 10: Povprečno mesečno število oseb, upravičenih do nadomestila plače med porodniškim dopustom (Vir: Ženske in moški v Sloveniji, 2000, str. 33)

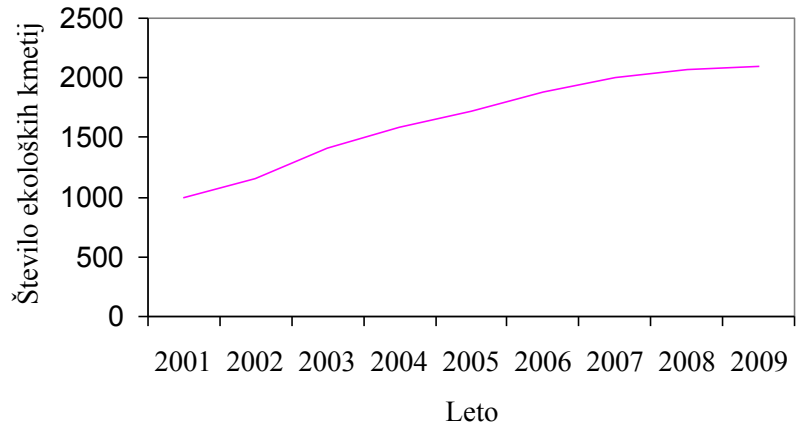
Leto	Povprečno mesečno št. oseb	
	Matere	Očetje
1995	17111	131
1996	16941	127
1997	16793	112
1998	16223	131
1999	16026	145

Rešitve

1. a) Tabela prikazuje opisno časovno statistično vrsto. Podatki se nanašajo na intervale posameznih let, zato je časovna vrsta intervalna.
   b) Tabela prikazuje zvezno številsko statistično vrsto, ki pa se izraža kot diskretna. Starost očeta je zvezna številska spremenljivka, vendar starost obravnavamo v dopolnjenih letih.
   c) Tabela prikazuje opisno statistično vrsto, ker je dnevnik opisna spremenljivka.

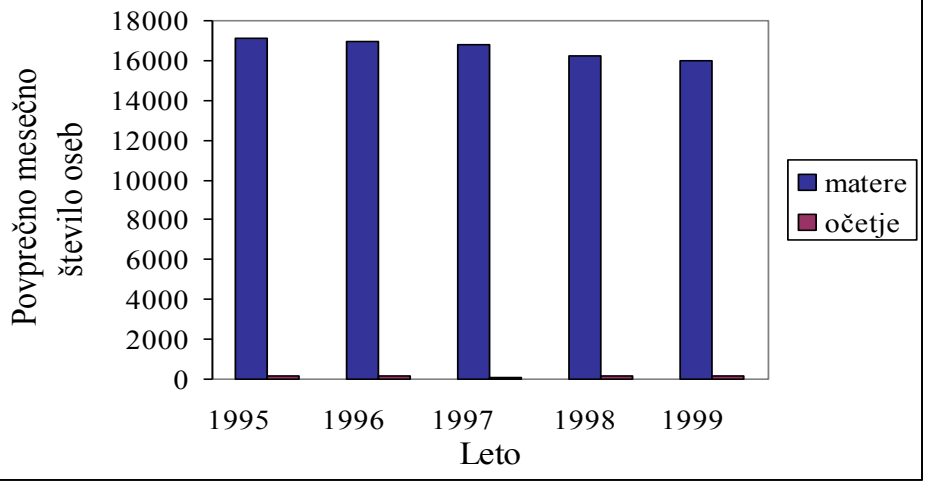
2. a) Tabela je enostavna.

Slika 4: Število ekoloških kmetij v Sloveniji
(Vir: Skupaj za zdravje človeka in narave, september 2010, str.15)



b) Tabela je dvorazsežna. Upravičence do nadomestila plače med porodniškim dopustom prikazuje po času in spolu.

Slika 5: Povprečno mesečno število oseb, upravičenih do nadomestila plače med porodniškim dopustom po letih
(Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str.33)



3. RELATIVNA ŠTEVILA

Podatke o nekem pojavu imamo lahko prikazana na različne načine. Lahko npr. zapišemo, da je na neki šoli ta hip 850 dijakov. Morda pa ravnatelj kolektivu pove, da je v tekočem šolskem letu vpisanih 8 % dijakov manj kot v preteklem šolskem letu. V prvem primeru imamo opravka z absolutnim podatkom, v drugem pa z relativnim. Ekonomista poleg absolutnih količin in zneskov samih zanimajo tudi velikostni odnosi med njimi. Zato bomo temu namenili celotno poglavje.

Relativna števila dobimo, če posamezni pojav primerjamo z drugim pojavom ali z istovrstnim pojavom v drugem kraju oz. drugem času. Smiselna je tudi primerjava posameznih delov množičnega pojava s celoto ali posameznih delov med seboj.

Glede na vrsto podatkov, za katere lahko izračunavamo razmerje, poznamo tri vrste relativnih števil:

- **Strukture** so razmerja med dvema istovrstnima pojavoma. Pri tem se podatek, ki ga primerjamo, nanaša na *del*, podatek, s katerim ga primerjamo, pa na *celoto* obravnavanega pojava
- **Statistični koeficienti** so razmerja med dvema raznovrstnima pojavoma, ki sta v vsebinski povezavi.
- **Indeksi** izražajo razmerja med istovrstnima pojavoma v *različnem času*.
- **Stopinje** so primerjave istovrstnih pojavov. Z njimi merimo porast oz. padec pojava.

3.1 STRUKTURE

Struktura je primerjava podatkov za del pojava s podatki za celoto pojava. Izrazimo jo lahko v obliki deleža, odstotka ali odtisočka. Del pojava označimo z Y_j, celoto pa z Y. Tako izračunamo:

strukturni delež $P_j = \frac{Y_j}{Y}$

strukturni odstotek $P_j\% = \frac{Y_j}{Y} \cdot 100$

Kadar opazovani *pojav razčlenjujemo le po vrednosti ene spremenljivke*, govorimo o **enorazsežnih strukturah**. Ko pa pojav razčlenjujemo po vrednostih *za več spremenljivk hkrati*, je struktura **večrazsežna**. Pri večrazsežni strukturi lahko izračunamo:

- *stolpno strukturo* − tu celoto predstavlja vsota po stolpcu;
- *vrstično strukturo* − celota je vsota po vrstici;
- *kotno strukturo* − celoto dobimo kot vsoto po vrsticah in stolpcih skupaj.

3.1.1 Enorazsežna struktura

Pri enorazsežni strukturi razčlenimo pojav po vrednostih ene spremenljivke.

ZGLED 1

Izračunajte enorazsežno strukturo in razložite rezultate.

Tabela 11: Družine v Sloveniji leta 1991 po tipu (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 15)

Tipi družin	Število družin (v 1000)
Zakonski pari brez otrok	110
Zakonski pari z otroki	326
Matere z otroki	85
Očetje z otroki	14
Neporočeni pari z otroki	12
Neporočeni pari brez otrok	5
Skupaj	552

Tabela 12: Družine v % v Sloveniji po tipu (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 15)

Tipi družin	Število družin (v %)
Zakonski pari brez otrok	20
Zakonski pari z otroki	59
Matere z otroki	15
Očetje z otroki	3
Neporočeni pari z otroki	2
Neporočeni pari brez otrok	1
Skupaj	100

Glede na celotno število družin je 20 % zakonskih parov brez otrok, 59 % zakonskih parov z otroki, 15 % mater z otroki, 3 % očetov z otroki, 2 % neporočenih parov z otroki in 1 % neporočenih parov brez otrok.

3.1.2 Grafično prikazovanje enorazsežnih struktur

Strukture grafično prikazujemo z različnimi vrstami grafikonov, med njimi so najpogostejši strukturni stolpci in krogi.

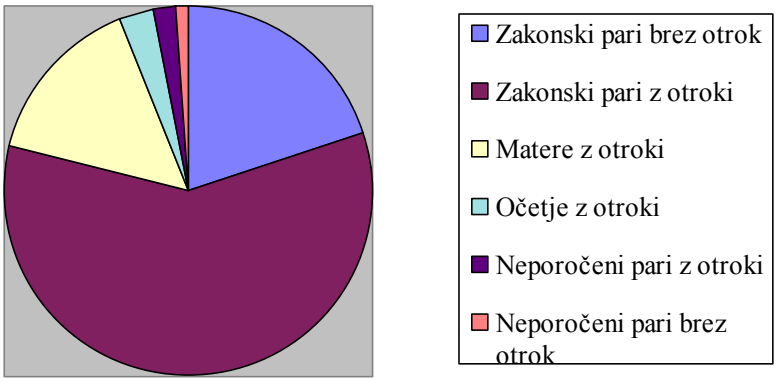
- Strukturni stolpci. Strukturni stolpec, visok 100 enot, razdelimo (v razmerju strukturnih odstotkov) po višini na več delov. Posamezne dele stolpca šrafiramo ali pobarvamo. Ob stolpcu vrišemo skalo in v legendi pojasnimo pomen šrafur oz. barv.

- Krogi. Za prikazovanje v krogu preračunamo odstotke v kotne stopinje po obrazcu: $P_{j^\circ} = 3{,}6 \cdot P_j\ \%$. Rezultat je kot v stopinjah, ki ustreza posameznemu odstotku. Celoto pa predstavlja polni kot (360°).

ZGLED 2

Izračunano enorazsežno strukturo za podatke iz tabele 11 prikažite v stolpcu in krogu.

Slika 6: Družine v Sloveniji leta 1991 po tipu
(Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 15)



3.1.3 Večrazsežna struktura

Izmed večrazsežnih struktur bomo obravnavali le dvorazsežne strukture. Dvorazsežno strukturo dobimo, če pojav razčlenimo hkrati po vrednostih za dve spremenljivki.

ZGLED 3

Tabela 13: Dolžina državne meje Republike Slovenije v kilometrih (Vir: Slovenija v številkah 2002, str. 4)

Mejna država	Skupaj	Suhozemna	Rečna	Morska
Skupaj	1382	921	413	48
Avstrija	330	251	79	-
Hrvaška	670	380	290	-
Italija	280	201	31	48
Madžarska	102	89	13	-

Izračunajte dvorazsežno strukturo (strukturni odstotek) na tri načine:

a) *vrstično (po vrsti meje),*
b) *stolpno (po državi) in*
c) *kotno (po vrsti meje in državi hkrati) in razložite odebeljene rezultate.*

a) Tabela 14: Dolžina državne meje Republike Slovenije v % po vrsti meje (Vir: Slovenija v številkah 2002, str. 4)

Mejna država	Skupaj %	Suhozemna %	Rečna %	Morska %
Skupaj	100	66,6	29,9	3,5
Avstrija	100	**76,1**	23,9	0
Hrvaška	100	56,7	43,3	0
Italija	100	71,8	11,1	17,1
Madžarska	100	87,3	12,7	0

Izmed celotne meje Republike Slovenije z Avstrijo je 76,1 % suhozemne.

b) Tabela 15: Dolžina državne meje Republike Slovenije v % po državi (Vir: Slovenija v številkah 2002, str. 4)

Mejna država	Skupaj %	Suhozemna %	Rečna %	Morska %
Skupaj	100	100	100	100
Avstrija	23,9	27,3	19,1	0
Hrvaška	48,5	41,3	70,2	0
Italija	20,3	**21,8**	7,5	100
Madžarska	7,4	19,7	3,2	0

Izmed celotne meje Republike Slovenije, ki poteka po suhem, pripada 21,8 % meji z Italijo.

c) Tabela 16: Dolžina državne meje Republike Slovenije v % po vrsti meje in državi hkrati (Vir: Slovenija v številkah 2002, str. 4)

Mejna država	Skupaj %	Suhozemna %	Rečna %	Morska %
Skupaj	100	66,6	29,9	3,5
Avstrija	23,9	18,2	5,7	0
Hrvaška	48,5	27,5	**21,0**	0
Italija	20,3	14,5	2,2	3,5
Madžarska	7,4	6,4	0,9	0

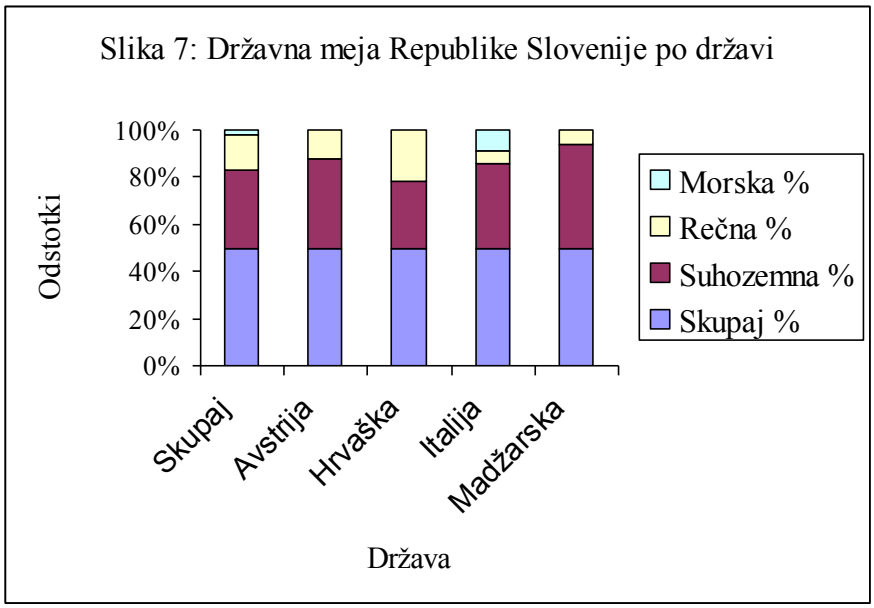
Izmed celotne meje Republike Slovenije s sosednjimi državami je 21,0 % rečne meje s Hrvaško.

3.1.4 Grafično prikazovanje dvorazsežnih struktur

Večrazsežne strukture najpogosteje grafično prikazujemo z enako širokimi *stolpci* za vsako spremenljivko posebej. Strukturo v vsakem stolpcu v tem primeru prikažemo kot enorazsežno.

ZGLED 4

Prikažite strukturo državne meje v % v Republiki Sloveniji po državi (tabela 13, str. 22).



(Vir: Slovenija v številkah 2002, str. 4)

3.2 STATISTIČNI KOEFICIENTI

Koeficient je *razmerje med raznovrstnima podatkoma*. Ta morata biti v neki vsebinski povezavi, nanašati pa se morata na isti časovni trenutek ali časovni interval (razmik). Le tako je koeficient, ki ga računamo, vsebinsko smiseln (npr. primerjamo število zobozdravnikov v Sloveniji leta 2009 s številom prebivalcev Sloveniji leta 2009).

Koeficient je imenovano število. Izračunamo ga po naslednjem obrazcu:

$$K = \frac{Y}{X}$$

Če zamenjamo števec in imenovalec, dobimo **recipročni** ali **obratni** koeficient.

$$K_R = \frac{X}{Y} = \frac{1}{K}$$

Vendar pa statističnih koeficientov ni vedno smiselno računat na oba načina. V praksi se mnogokrat uveljavi le eden, tisti, ki je bolj razumljiv. Hkrati pa je pomembna tudi pravilna interpretacija dobljenih rezultatov.
Pomen koeficientov je v izražanju intenzivnosti dogajanja v času in prostoru.

Pri poslovanju je pomemben *koeficient obračanja zalog*, ki nam pove, kolikokrat se povprečne zaloge surovin ali blaga obrnejo v enoti časa. Recipročna vrednost tega koeficienta pa izraža čas, v katerem se zaloge enkrat obrnejo.

ZGLED 5

V Sloveniji je bilo leta 2000 54 bolniških postelj na 10000 prebivalcev. Iz navedenega koeficienta lahko sklepamo na raven zdravstvenega varstva.

Koeficient bi izračunali po sledeči enačbi:
K = št. bolniških postelj / št. prebivalcev · 10000

Ker je število bolniških postelj v Sloveniji seveda manjše, kot je število prebivalcev, bi bila vrednost koeficienta manjša od ena. V tem primeru zaradi lažje predstavljivosti ulomek pomnožimo z ustrezno vrednostjo (100, 1000 …), da dobimo rezultat, ki je večji od ena.

Recipročni koeficient bi dobili po naslednji enačbi (pri čemer množenje ni potrebno):
K_R = št. prebivalcev / št. bolniških postelj

ZGLED 6

V šolskem letu 2000/01 je bilo v Sloveniji 104845 dijakov in 9351 srednješolskih učiteljev (Vir: Slovenija v številkah 2002, str. 23). Izračunajte število dijakov na enega učitelja v Sloveniji za šolsko leto 2000/01 in njegov recipročni koeficient. Kaj nam pove izračunani recipročni koeficient?

$$\text{K} = \text{št. dijakov / št. učiteljev} = \frac{104845}{9351} = 11{,}2 \text{ dijaka na učitelja}$$

$$\text{K}_R = \text{št. učiteljev / št. dijakov} = \frac{9315}{104845} = 0{,}089 \text{ učitelja na dijaka}$$

Bolj nazorno lahko izrazimo vrednost drugega koeficienta tako, da ga pomnožimo s 100.

$$\text{K}_R = \text{št. učiteljev / št. dijakov} \cdot 100 = 8{,}9 \text{ učitelja na 100 dijakov}$$

3.2.1 Grafično prikazovanje statističnih koeficientov

Koeficiente prikazujemo grafično običajno s *stolpci*, pri čemer je dolžina stolpca premo sorazmerna z vrednostjo koeficienta.

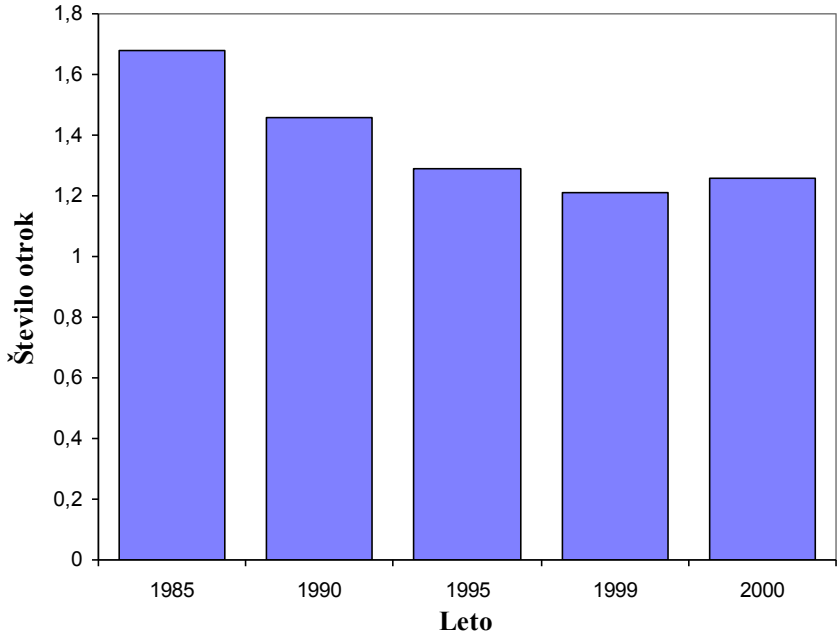
ZGLED 7

Prikažite koeficiente iz tabele s stolpci.

Tabela 17: Povprečno število živorojenih otrok na eno žensko v Sloveniji od 1985 do 2000 (Vir: Slovenija v številkah 2002, str. 14)

Leto	Povprečno število živorojenih otrok na eno žensko
1985	1,68
1990	1,46
1995	1,29
1999	1,21
2000	1,26

Slika 8: Povprečno število živorojenih otrok na eno žensko
(Vir: Slovenija v številkah 2002, str. 14)



3.3 INDEKSI

Indeksi so relativna števila, ki jih dobimo z *razmerjem dveh podatkov, ki se nanašata na istovrstna pojava, pomnoženim s 100*. Indeks je neimenovano število. Lahko ga izračunavamo za absolutne podatke in za relativna števila. Računamo ga po osnovnem obrazcu:

$$I_{j/0} = 100 \cdot \frac{Y_j}{Y_0}$$

Y_j primerjalni podatek
Y_o osnova ali baza indeksa

Osnova indeksa je lahko fiksna ali pa se spreminja.

Indeks zavzema naslednje vrednosti:
I = 100 (pomeni, da sta podatka enaka)
I > 100 (pomeni, da je primerjalni podatek večji od osnove)
I < 100 (pomeni, da je primerjalni podatek manjši od osnove)

Poznamo krajevne in časovne indekse.

a) **Krajevni indeksi** prikazujejo primerjave krajevno opredeljenih podatkov.

b) **Časovni indeksi** kažejo relativne spremembe pojavov v času. O njih govorimo, če primerjamo dva istovrstna podatka, ki se nanašata na dva časovna trenutka ali dva časovna razmika.

Ločimo:

- *Indekse s stalno osnovo* − tu posamezne podatke v časovni vrsti primerjamo vedno z istim podatkom Y_o (osnova ali baza).

$$I_{j/0} = 100 \cdot \frac{Y_j}{Y_0}$$

- *Verižne indekse*, ki so indeksi s spremenljivo osnovo. Izražajo relativno spremembo med zaporednimi časovnimi trenutki oz. zaporednimi časovnimi obdobji. Izračunavamo jih tako, da pojav v posameznem časovnem trenutku (oz. obdobju) Y_j primerjamo z istim pojavom v predhodnem trenutku (oz. obdobju) Y_{j-1}.

$$I_{j/j-1} = V_j = 100 \cdot \frac{Y_j}{Y_{j-1}}$$

Pomen izračunavanja indeksov:
− prikažejo nazorno sliko o velikosti pojava,
− omogočajo analizo dinamike pojava,
− omogočajo primerjavo raznovrstnih podatkov.

3.3.1 Grafično prikazovanje indeksov

Indekse s stalno osnovo grafično prikazujemo z *linijskim grafikonom*, verižne indekse pa s *stolpci*.

ZGLED 8

Izračunajte indekse s stalno osnovo 2007 in verižne indeks za podatke v tabeli, grafično jih prikažite in izračunane indekse za leto 2009 razložite.

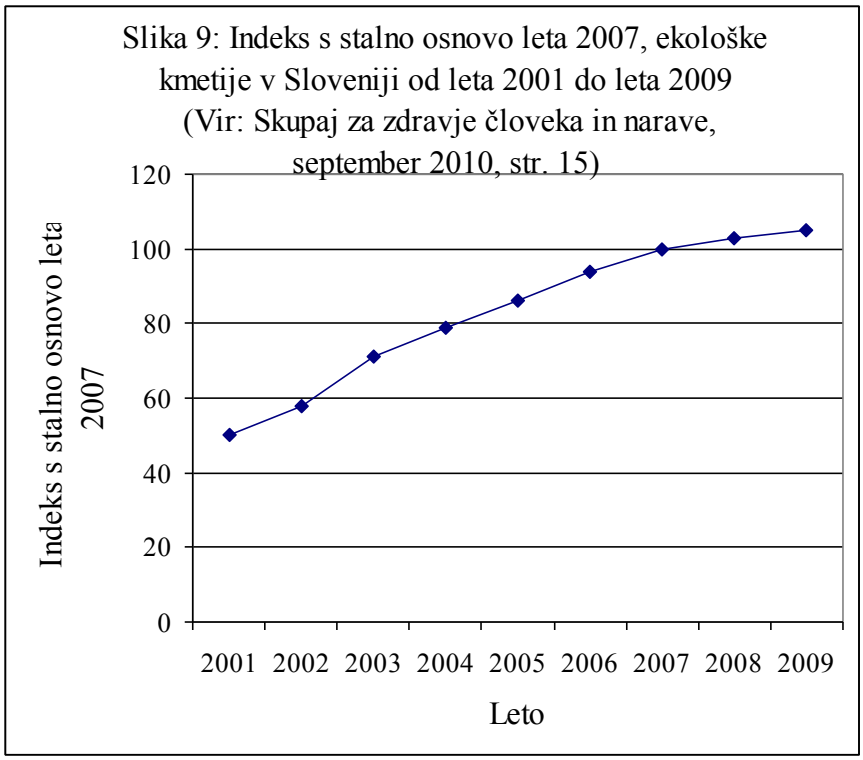
Tabela 18: Število ekoloških kmetij v Sloveniji (Vir: Skupaj za zdravje človeka in narave, september 2010, str. 15)

Leto	Število ekoloških kmetij
2001	1000
2002	1160
2003	1415
2004	1582
2005	1718
2006	1876
2007	2000
2008	2067
2009	2096

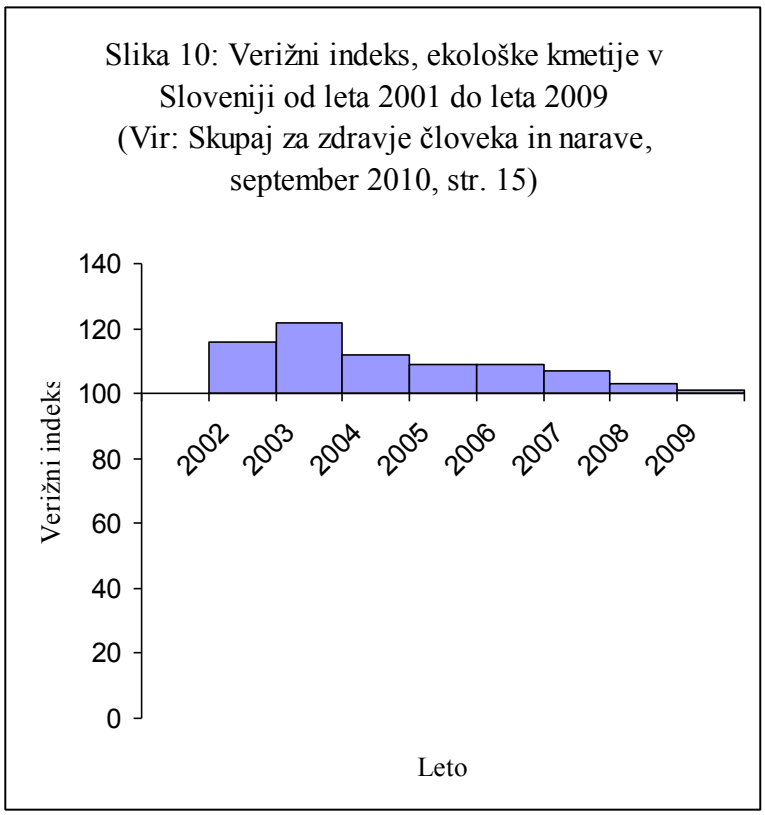
Tabela 19: Število ekoloških kmetij v Sloveniji (Vir: Skupaj za zdravje človeka in narave, september 2010, str. 15)

Leto	Število ekoloških kmetij	$I_{J/2007}$	V_J
2001	1000	50	/
2002	1160	58	116
2003	1415	71	122
2004	1582	79	112
2005	1718	86	109
2006	1876	94	109
2007	2000	100	107
2008	2067	103	103
2009	2096	105	101

Slika 9: Indeks s stalno osnovo leta 2007, ekološke kmetije v Sloveniji od leta 2001 do leta 2009 (Vir: Skupaj za zdravje človeka in narave, september 2010, str. 15)



Slika 10: Verižni indeks, ekološke kmetije v Sloveniji od leta 2001 do leta 2009 (Vir: Skupaj za zdravje človeka in narave, september 2010, str. 15)



$I_{2009/2007}$: Leta 2009 je bilo 5 % več ekoloških kmetij kot leta 2007.
V_{2009} : Leta 2009 je bilo 1 % več ekoloških kmetij kot leta 2008.

3.4 KAZALCI RASTI

Kazalci rasti so povezani z indeksi. Uporabljamo jih pri preučevanju sprememb v dveh zaporednih časovnih obdobjih. Poleg že omenjenega verižnega indeksa nam dinamiko pojava prikažejo naslednji kazalci: *razlika* D_j, *koeficient rasti* (koeficient dinamike) K_j in *stopnja rasti* (relativna razlika) S_j.

Razlika D_j lahko zavzema pozitivno in negativno vrednost. Pozitivna razlika pove, za koliko enot se je pojav povečal glede na predhodno leto, negativna pa, za koliko enot se je pojav zmanjšal glede na predhodno leto.

$$D_j = Y_j - Y_{j-1}$$

Koeficient rasti K_j pove, kolikokrat je pojav večji ($K_j > 1$) oziroma manjši ($K_j < 1$) od predhodnega leta. Če je koeficient rasti enak 1, potem ni sprememb glede na predhodno leto.

$$K_j = \frac{Y_j}{Y_{j-1}} = \frac{V_j}{100}$$

Stopnja rasti S_j zavzema vrednost, ki je manjša, večja ali enaka 0. Pozitivna vrednost pove za koliko odstotkov se je pojav povečal glede na predhodno leto, negativna pa za koliko odstotkov se je pojav zmanjšal glede na predhodno leto.

$$S_j = 100 \cdot \frac{Y_j - Y_{j-1}}{Y_{j-1}} = 100 \cdot \frac{D_j}{Y_{j-1}} = V_j - 100 = 100 \cdot K_j - 100$$

ZGLED 9

Za podatke iz tabele 18 (str. 29) izračunajte razliko, koeficient rasti in stopnjo rasti ter jih za leto 2009 razložite.

Tabela 20: Število ekoloških kmetij v Sloveniji (Vir: Skupaj za zdravje človeka in narave, september 2010, str. 15)

Leto	Število ekoloških kmetij	D_J	K_J	S_J
2001	1000	/	/	/
2002	1160	160	1,16	16
2003	1415	255	1,22	22
2004	1582	167	1,12	12
2005	1718	136	1,09	9
2006	1876	158	1,09	9
2007	2000	124	1,07	7
2008	2067	67	1,03	3
2009	2096	29	1,01	1

D_{2009} = 29: Leta 2009 se je število ekoloških kmetij v Sloveniji povečalo za 29 glede na predhodno leto.
K_{2009} = 1,01: Leta 2009 se je število ekoloških kmetij v Sloveniji povečalo v primerjavi s prejšnjim letom 1,01-krat.
S_{2009} = 1: Leta 2009 je bilo za 1 % več ekoloških kmetij v Sloveniji kot leta 2008.

3.5 STOPNJE

Stopnje so posebna vrsta relativnih števil, ki jih uporabljamo pri analizi sprememb pojavov v času. Najbolj znane so stopnje s področja demografske statistike, stopnje natalitete, mortalitete in naravnega prirasta.

Stopnja natalitete (stopnja rodnosti) pove število živorojenih na 1000 prebivalcev.

S_N = 1000 · št. živorojenih otrok / srednje št. prebivalcev

Stopnja mortalitete (stopnja umrljivosti ali smrtnosti) nam pove število umrlih na 1000 prebivalcev.

S_M = 1000 · št. umrlih / srednje št. prebivalcev

Naravni prirast je razlika med stopnjo rodnosti in smrtnosti.

ZGLED 10

Iz podatkov v tabeli izračunajte stopnje natalitete, mortalitete in naravni prirast po letih.

Tabela 21: Število prebivalcev in naravno gibanje prebivalstva v Republiki Sloveniji (Vir: Statistični letopis 2008, str. 83)

Leto	Prebivalstvo po stanju na dan 31.12.	Živorojeni	Umrli
2003	1996773	17321	19451
2004	1997004	17961	18523
2005	2001114	18157	18825
2006	2008516	18932	18180
2007	2019406	19823	18584

Tabela 22: Naravno gibanje prebivalstva v Republiki Sloveniji (Vir: Statistični letopis 2008, str. 83)

Leto	Stopnja rodnosti	Stopnja umrljivosti	Naravni prirast
2003	8,7	9,7	- 2130
2004	9,0	9,3	- 562
2005	9,1	9,4	- 668
2006	9,4	9,1	752
2007	9,8	9,2	1239

Ponovimo, da smo spoznali štiri vrste relativnih števil, to so strukture, koeficienti, indeksi in stopnje. Na primerih sodeč smo spoznali, da je pri izračunih potrebna matematična natančnost, da računalniški program Excel ni namenjen le risanju "tortic", da je ustrezna analiza dobljenih rezultatov še kako pomembna, predvsem pa moramo ohraniti "zdravo" pamet in izračunavati le kar je smiselno.

VAJE

) a) Tabela 23: Zaposleni po sektorjih dejavnosti in spolu, 2. četrtletje 2000 (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 42)

Sektorji	Zaposleni (v 1000)	
	Ženske	Moški
Kmetijske dejavnosti	4	6
Nekmetijske dejavnosti	113	198
Storitvene dejavnosti	241	184
Nerazvrščeni	1	3

Izračunajte dvorazsežno strukturo po vrsti sektorja, po spolu in po obeh spremenljivkah hkrati. Katere statistične vrste prikazuje tabela?

b) Tabela 24: Vzgojitelji, pomočniki vzgojiteljev v vrtcih in učitelji v podaljšanem bivanju, 1998 (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 32)

Vrsta zaposlenih	Spol	
	Ženske	Moški
Vzgojitelji in pomočniki vzgojiteljev	6935	77
Učitelji v podaljšanem bivanju	1113	69

Izračunajte strukturne odstotke zaposlenih pri varstvu otrok po vrsti zaposlenih, po spolu in po obeh spremenljivkah hkrati. Interpretirajte vse dobljene rezultate.

a) a) Strukturo zaposlenih po spolu iz tabele 23 prikažite s stolpci, strukturo zaposlenih po sektorju pa v krogu.
b) Prikažite strukturo po vrsti zaposlenih iz tabele 24 s stolpci.

3. a) Iz tabele 10 (str. 18) izračunajte število očetov, upravičenih do nadomestila med porodniškim dopustom na 1000 mater, upravičenih do nadomestila plače med porodniškim dopustom.
b) Prikažite izračunane koeficiente s stolpci.

4. Leta 2007 je bilo v Sloveniji 19823 živorojenih otrok. V tem letu je bilo v državi skupaj 1025242 žensk. Izračunajte in interpretirajte koeficient števila žensk na enega otroka.

5. Tabela 25: Vrednost prodaje in zalog v 1000 EUR v trgovini Zapravljivček (Vir: podatki so izmišljeni)

Mesec	Vrednost prodaje (v 1000 EUR)	Vrednost zalog blaga
Januar	1560	960
Februar	1670	1010
Marec	1540	890
April	1490	900

Izračunajte koeficient obračanja zalog za vsak mesec.

6. Tabela 26: Gibanje prebivalstva (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 32)

Leto	Prebivalstvo 30. junij (v 1000)	
	Ženske	Moški
1970	894	833
1975	929	871
1980	978	923
1985	1016	957
1990	1029	969
1995	1022	966
1999	1017	968

a) Izračunajte indekse s stalno osnovo 1970 za ženske, indekse s stalno osnovo 1999 in verižne indeks. Za moške izračunajte indekse s stalno osnovo 1985 in verižne indekse.
b) Vse izračunane indekse za leto 1980 razložite.

7. Za podatke iz tabele 26 izračunajte razliko, koeficient rasti in stopnjo rasti (za ženske in moške) ter jih za leto 1999 razložite.

8. Napišite z verižnim indeksom in koeficientom rasti, da se je nek pojav leta 2009 v primerjavi z letom 2008:
a) zmanjšal za 1,5 %,
b) povečal za 0,45 %,
c) se ni spremenil v primerjavi s prejšnjim letom.

9. Pridelek pšenice leta 2009 na nekem območju je znašal 11 ton. Koliko je znašal pridelek pšenice eno leto prej, če za leto 2009 velja verižni indeks 93,6 %?

10. Za podatke v tabeli izračunajte stopnjo rodnosti, stopnjo umrljivosti in naravni prirast po letih.

Tabela 27: Naravna gibanja prebivalstva v Republiki Sloveniji (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 32)

Leto	Prebivalstvo (v 1000)	Živorojeni (v 1000)	Umrli (v 1000)
1970	1727	28	17
1975	1800	30	19
1980	1901	30	19
1985	1973	26	20
1990	1998	22	19
1995	1988	18	19
1999	1985	17	19

11. Izračunajte indekse in kazalce rasti za podatke v tabeli ter izpolnite tabelo. Indekse s stalno osnovo 1901 in verižne indekse grafično prikažite. Razložite izračunane indekse za leto 1905.

Tabela 28: Obisk Prašnikarjevega zdravilišča v Kamniku v letih od 1901 do 1906 (Vir: Kamnik 1229 – 1979, str. 114)

Leto	Št. gostov	$I_{j/1901}$	$I_{j/1906}$	V_j	D_j	K_j	S_j
1901	153						
1902	155						
1903	117						
1904	123						
1905	85						
1906	89						

Rešitve

1. a) Tabela prikazuje opisne statistične vrste.

Tabela 29: Struktura zaposlenih v % po vrsti sektorja (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 42)

Sektorji	Zaposleni v %	
	Ženske	Moški
Kmetijske dejavnosti	1	2
Nekmetijske dejavnosti	32	50
Storitvene dejavnosti	67	47
Nerazvrščeni	0	1
Skupaj	100	100

Tabela 30: Struktura zaposlenih v % po spolu (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 42)

Sektorji	Skupaj	Zaposleni v %	
		Ženske	Moški
Kmetijske dejavnosti	100	40	60
Nekmetijske dejavnosti	100	36	64
Storitvene dejavnosti	100	57	43
Nerazvrščeni	100	25	75

Tabela 31: Struktura zaposlenih v % po vrsti sektorja in spolu (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 42)

Sektorji	Skupaj	Zaposleni v %	
		Ženske	Moški
Kmetijske dejavnosti	2	1	1
Nekmetijske dejavnosti	41	15	26
Storitvene dejavnosti	57	32	25
Nerazvrščeni	0	0	0
Skupaj	100	48	52

b) Tabela 32: Struktura zaposlenih v % po vrsti zaposlenih (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 32)

Vrsta zaposlenih	Spol	
	Ženske	Moški
Vzgojitelji in pomočniki vzgojiteljev	86	53
Učitelji v podaljšanem bivanju	14	47
Skupaj	100	100

− Izmed vseh vzgojiteljic, pomočnic vzgojiteljev in učiteljic v podaljšanem bivanju jih je 86 % vzgojiteljic in pomočnic vzgojiteljev.
− Izmed vseh moških vzgojiteljev, pomočnikov vzgojiteljev in učiteljev v podaljšanem bivanju jih je 47 % učiteljev v podaljšanem bivanju.

Tabela 33: Struktura zaposlenih v % po spolu (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 32)

Vrsta zaposlenih	Skupaj	Spol	
		Ženske	Moški
Vzgojitelji in pomočniki vzgojiteljev	100	99	1
Učitelji v podaljšanem bivanju	100	94	6

− Izmed vseh vzgojiteljev in pomočnikov vzgojiteljev jih je 1 % moškega spola.
− Izmed vseh učiteljev v podaljšanem bivanju jih je 94 % žensk.

Tabela 34: Struktura zaposlenih v % po vrsti zaposlenih in spolu (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 32)

Vrsta zaposlenih	Skupaj	Spol	
		Ženske	Moški
Vzgojitelji in pomočniki vzgojiteljev	86	85	1
Učitelji v podaljšanem bivanju	14	13	1
Skupaj	100	98	2

− Izmed vseh vzgojiteljev, pomočnikov vzgojiteljev in učiteljev v podaljšanem bivanju je 13 % učiteljic v podaljšanem bivanju.
− Izmed vseh vzgojiteljev, pomočnikov vzgojiteljev in učiteljev v podaljšanem bivanju je 1 % moških vzgojiteljev in pomočnikov vzgojiteljev.

2. a)

Slika 11: Struktura zaposlenih oseb v % po spolu v Sloveniji, 2. četrtletje 2000 (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 42)

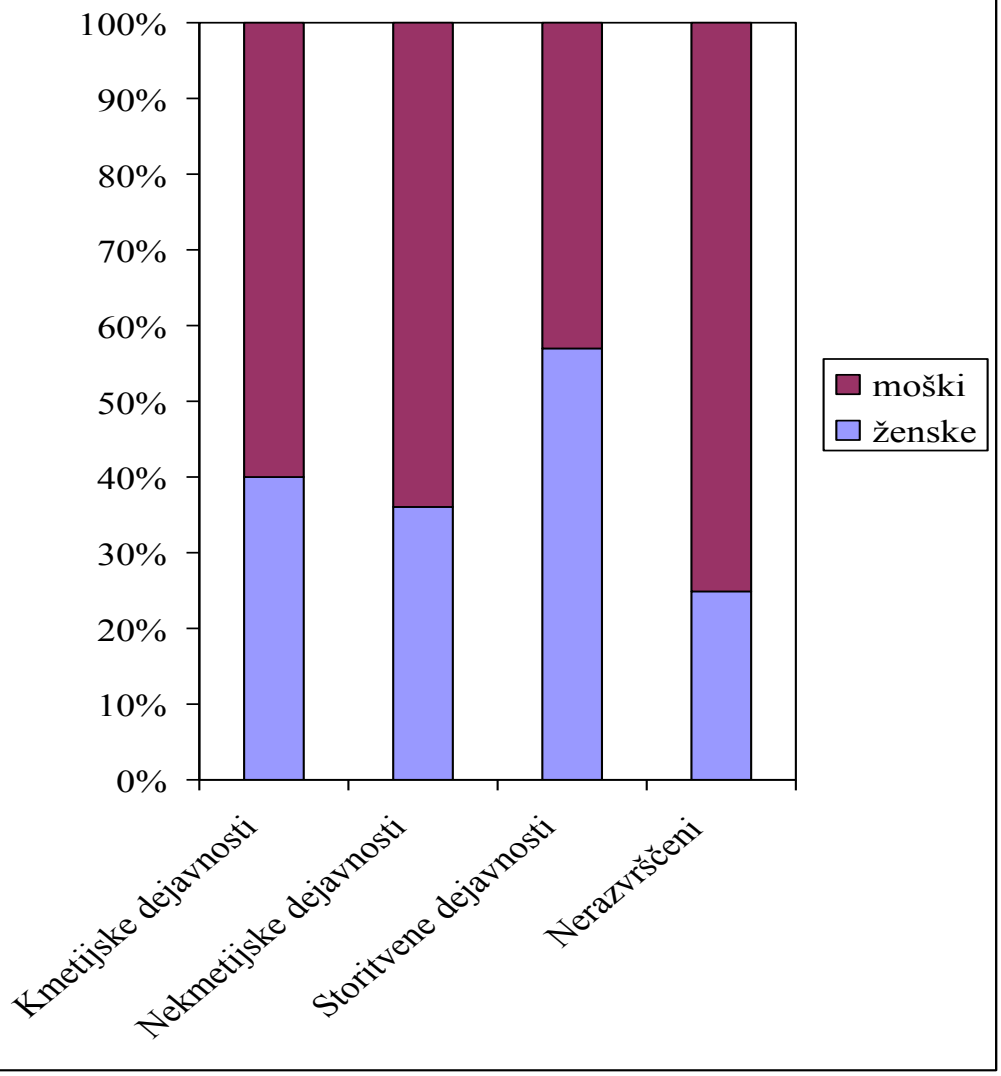


Tabela 35: Struktura zaposlenih v stopinjah po vrsti sektorja (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 42)

Sektorji	Zaposleni v stopinjah	
	Ženske	Moški
Kmetijske dejavnosti	4	7
Nekmetijske dejavnosti	115	180
Storitvene dejavnosti	241	169
Nerazvrščeni	0	4
Skupaj	360	360

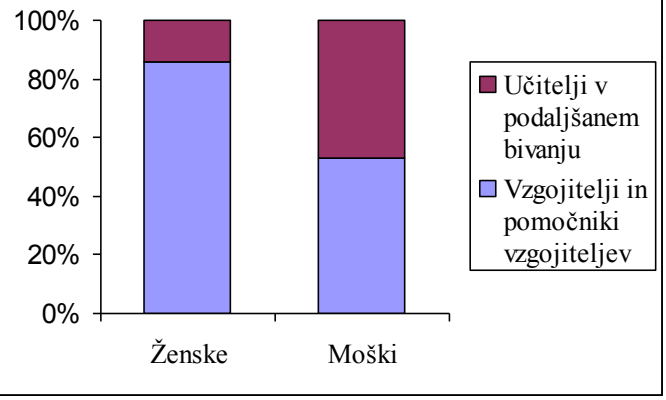
Slika 12: Struktura zaposlenih oseb v % po vrsti sektorja v Sloveniji, 2. četrtletje 2000



(Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 42)

b)

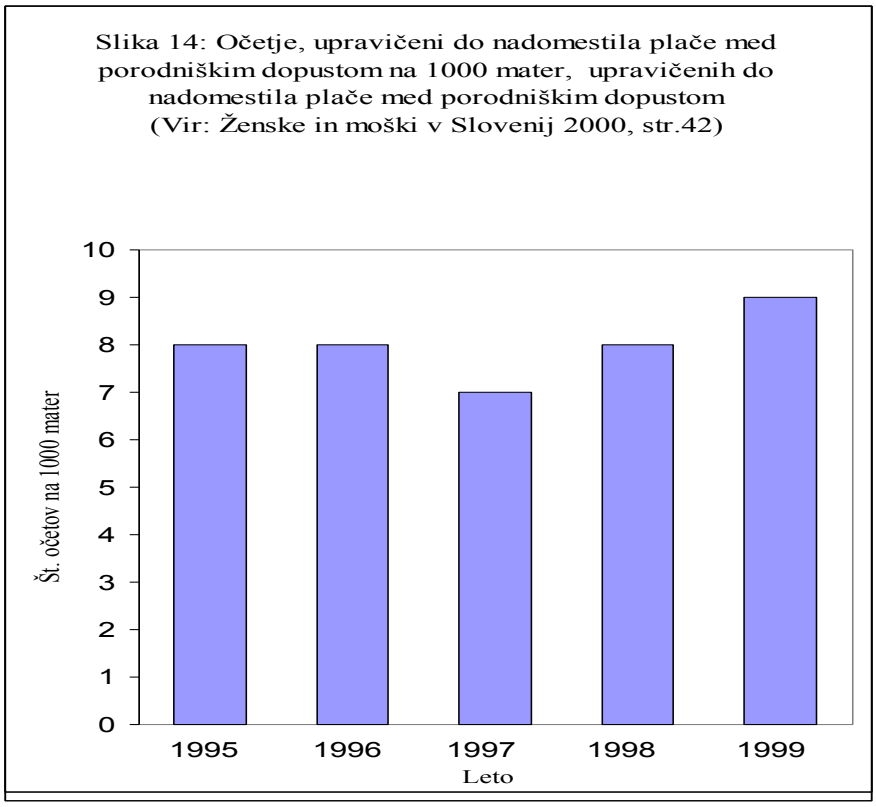
Slika 13: Struktura zaposlenih oseb v % po vrsti zaposlenih (Vir: Ženske in moški v Slovenij 2000, str.32)



3. a) Tabela 36: Primerjava števila mater in očetov, upravičenih do nadomestila plače med porodniškim dopustom v Sloveniji od 1995 do 1999 (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 42)

Leto	Št. očetov na 1000 mater
1995	8
1996	8
1997	7
1998	8
1999	9

b)



4. K = 51,7 žensk/živorojenega otroka
Pravilna interpretacija bi bila, da je leta 2007 v Sloveniji približno vsaka dvainpetdeseta ženska rodila živorojenega otroka.

5. Tabela 37: Koeficient obračanja zalog v trgovini Zapravljivček (Vir: podatki so izmišljeni)

Mesec	Koeficient obračanja zalog
Januar	1,625
Februar	1,653
Marec	1,730
April	1,656

6. a) Tabela 38: Indeks gibanja prebivalstva (Vir: Ženske in moški v Sloveniji, 2000, str. 32)

Leto	Ženske			Moški	
	$I_{j/1970}$	$I_{j/1999}$	V_j	$I_{j/1985}$	V_j
1970	100,0	87,9	/	87,0	/
1975	103,9	91,3	103,9	91,0	104,6
1980	109,4	96,2	105,3	96,4	106,0
1985	113,6	99,9	103,9	100,0	103,7
1990	115,1	101,2	101,3	101,1	101,3
1995	114,3	100,5	99,3	100,9	99,7
1999	113,8	100,0	99,5	101,1	100,2

b) Ženske:

$I_{1980/1970} = 109,4$

Leta 1980 je bilo v Sloveniji 9,4 % več žensk kot leta 1970.

$I_{1980/1999} = 96,2$

Leta 1980 je bilo v Sloveniji 3,8 % manj žensk kot leta 1999.

$V_{1980} = 105,3$

Leta 1980 je bilo v Sloveniji 5,3 % več žensk kot leta 1975.

Moški:

$I_{1980/1985} = 96,4$

Leta 1980 je bilo v Sloveniji 3,6 % manj moških kot leta 1985.

$V_{1980} = 106,0$

Leta 1980 je bilo v Sloveniji 6 % več moških kot leta 1975.

7. Tabela 39: Kazalci rasti prebivalstva (Vir: Ženske in moški v Sloveniji, 2000, str. 32)

Leto	Ženske			Moški		
	D_J v 1000	K_j	S_j	D_j v 1000	K_j	S_j
1970	/	/	/	/	/	/
1975	35	1,039	3,9	38	1,046	4,6
1980	49	1,053	5,3	52	1,060	6,0
1985	38	1,039	3,9	34	1,037	3,7
1990	13	1,013	1,3	12	1,013	1,3
1995	- 7	0,993	- 0,7	- 3	0,997	- 0,3
1999	- 5	0,995	- 0,5	2	1,002	0,2

- Ženske

$D_{1999} = - 5000$

Leta 1999 se je število žensk zmanjšalo za 5000 glede na leto 1995.

$K_{1999} = 0,995$

Leta 1999 se je število žensk zmanjšalo v primerjavi z letom 1995 0,995-krat.

$S_{1999} = - 0,5$

Leta 1999 je bilo za 0,5 % manj žensk kot leta 1995.

- Moški

$D_{1999} = 2000$

Leta 1999 je bilo 2000 moških več kot leta 1995.

$K_{1999} = 1{,}002$
Leta 1999 je bilo 1,002-krat več moških kot leta 1995.
$S_{1999} = 0{,}2$
Leta 1999 se je število moških povečalo za 0,2 % glede na leto 1995.

8. a) $V_{2009} = 98{,}5$; $K_{2009} = 0{,}985$
b) $V_{2009} = 100{,}45$; $K_{2009} = 1{,}0045$
c) $V_{20039} = 100$; $K_{2009} = 1$

9. $Y_{2008} = 11{,}75$ ton

10. Tabela 40: Naravno gibanje prebivalstva v Republiki Sloveniji (Vir: Ženske in moški v Sloveniji 2000, str. 32)

Leto	Stopnja rodnosti	Stopnja umrljivosti	Naravni prirast
1970	16,2	9,8	6,4
1975	16,7	10,6	6,1
1980	15,8	10,0	5,8
1985	13,2	10,1	3,1
1990	11,0	9,5	1,5
1995	9,6	9,6	0,0
1999	8,6	9,6	- 1,0

11. Tabela 41: Obisk Prašnikarjevega zdravilišča v Kamniku v letih od 1901 do 1906 (Vir: Kamnik 1229 – 1979, str. 114)

Leto	Št. gostov	$I_{j/1901}$	$I_{j/1906}$	V_j	D_j	K_j	S_j
1901	153	100	171,9	/	/	/	/
1902	155	101,3	174,2	101,3	2	1,013	1,3
1903	117	76,5	131,5	75,5	- 38	0,755	- 24,5
1904	123	80,4	138,2	105,1	6	1,051	5,1
1905	85	55,6	95,5	69,1	- 38	0,691	- 30,9
1906	89	58,2	100	104,7	4	1,047	4,7

$I_{1905/1901} = 55{,}6$
Leta 1905 je bilo 44,4 % gostov manj kot leta 1901.
$I_{1905/1906} = 95{,}5$
Leta 1905 je bilo 4,5 % gostov manj kot leta 1906.
$V_{1905} = 69{,}1$
Leta 1905 je bilo 30,9 % gostov manj kot leta 1904.
$D_{1905} = - 38$
Leta 1905 je bilo 38 gostov manj kot leta 1904.
$K_{1905} = 0{,}691$
Leta 1905 je bilo 0,691-krat manj gostov kot leta 1904.
$S_{1905} = - 30{,}9$
Leta 1905 je bilo 30,9 % gostov manj kot leta 1904.

4. FREKVENČNE PORAZDELITVE

Če bi obiskovalce spletne strani www.unisvet.si vodili po starosti in bi jih nato združili v skupine, katere bi tvorili člani neke starostne skupine, bi dobili frekvenčno porazdelitev. Frekvenčna porazdelitev nam omogoči večjo preglednost nad zbranimi podatki in nam marsikdaj olajša nadaljnjo statistično raziskavo.

Frekvenčno porazdelitev ali **porazdelitev pogostosti** *dobimo, če enote razvrstimo po vrednostih izbrane številske spremenljivke (y) v skupine, ki jih imenujemo* razredi. Od raziskave je odvisno število razredov. Dobro sliko gostitev dobimo, če imamo od 8 do 16 razredov.

Pri oblikovanju frekvenčnih porazdelitev je potrebno upoštevati *enoličnost* pri opredelitvi razredov, kar pomeni, da je vsaka vrednost vključena natanko v en razred. Drugi pogoj je *preglednost* nad zbranimi podatki.

4.1 OPREDELITEV RAZREDOV

Pri številčnih spremenljivkah določimo razrede tako, da določimo spodnjo mejo razreda ($y_{j,\,min}$) in zgornjo mejo razreda ($y_{j,\,max}$). Spodnja in zgornja meja razreda sodita med *obdelovalne meje razreda*, ki se uporabljajo pri izračunih in grafičnih prikazih. Obdelovalne meje se določijo iz *delovnih mej razreda*. Delovne meje morajo biti določene tako, da je upoštevana enoličnost razredov. Pri tem moramo upoštevati, da so številske spremenljivke lahko zvezne ali diskretne.

Iz mej razredov naprej izračunamo širino razreda (d_j) in sredino razreda (Y_y).

$$d_j = y_{j,\max} - y_{j,\min}$$

$$Y_j = \frac{y_{j,\max} + y_{j,\min}}{2}$$

Poleg tega za vsak razred določimo število enot v razredu ali frekvenco (f_j) in celotno velikost populacije (N).

$$N = \sum_{j=1}^{k} f_j$$

ZGLED 1

Za podatke v tabeli določi obdelovalne meje razredov in sredine ter širine razredov.

a) Opredelitev razredov za zvezne spremenljivke

Tabela 42: Frekvenčna porazdelitev dijakov po oddaljenosti od doma do šole v km (Vir: podatki so izmišljeni)

Oddaljenost v km	f_j	$y_{J,\,min}$	$y_{j,\,max}$	y_j	d_j
Do 2	4	-	*2*	-	-
Nad 2 do 4	5	*2*	**4**	3	2
Nad 4 do 6	10	**4**	6	5	2
Nad 6	9	6	-	-	-
Skupaj	28	-	-	-	-

V danem primeru ima prvi razred določeno le zgornjo mejo, zadnji razred pa le spodnjo mejo. Govorimo o *odprtih razredih*, pri čemer je prvi razred odprt navzdol, zadnji pa navzgor.

b) Opredelitev razredov za diskretne spremenljivke

Tabela 43: Frekvenčna porazdelitev dijakov po številu članov v gospodinjstvu (Vir: podatki so izmišljeni)

Št. članov v gospodinjstvu	f_j	$y_{J,\,min}$	$y_{j,\,max}$	y_j	d_j
1 – 2	3	0,5	*2,5*	1,5	2
3 – 4	22	*2,5*	**4,5**	3,5	2
5 – 6	5	**4,5**	6,5	5,5	2
7 – 8	1	6,5	8,5	7,5	2
Skupaj	31	-	-	-	-

c) Starost - poseben primer zvezne spremenljivke, pri kateri vrednosti v posameznih razredih zaokrožujemo na dopolnjena leta.

Tabela 44: Frekvenčna porazdelitev dijakov po starosti (Vir: podatki so izmišljeni)

Dopolnjena leta	f_j	$y_{J,\,min}$	$y_{j,\,max}$	y_j	d_j
14 – 15	151	14	16	15	2
16 – 17	169	16	28	17	2
18 – 19	138	18	20	19	2
Skupaj	458	-	-	-	-

4.2 OPIS FREKVENČNE PORAZDELITVE

V frekvenčni porazdelitvi se srečamo z različnimi vrstami frekvenc.

1. **FREKVENCA** (f_j), imenovana tudi absolutna frekvenca, ali število enot v posameznem razredu. Vsota frekvenc vseh razredov (k) ustreza številu enot populacije (N).

2. **RELATIVNO FREKVENCO** (f_j^o) dobimo, če frekvenco v posameznem razredu primerjamo s številom enot populacije. Relativna frekvenca izraža delež enot, ki so v posameznem razredu. Vsota vseh relativnih frekvenc je 1.

$$f_j^o = \frac{f_j}{N} \qquad \sum_{j=1}^{k} f_j^o = 1$$

3. **KUMULATIVA FREKVENC** (F_j) v razredu je vsota frekvenc v tem razredu in v vseh prejšnjih razredih. Kumulativa v prvem razredu je enaka frekvenci v tem razredu, kumulativa v zadnjemu razredu pa je enaka skupnemu številu enot. V vseh drugih razredih pa jo določimo po obrazcu:

$$F_j = F_{j-1} + f_j \qquad F_1 = f_1$$

Kumulativa frekvenc v vsakem razredu pove, koliko je enot, ki imajo nižjo vrednost od zgornje meje danega razreda.

4. **KUMULATIVO RELATIVNIH FREKVENC** (F_j^o) dobimo podobno kot kumulativo frekvenc, le da v tem primeru seštevamo relativne frekvence. Kumulativa relativnih frekvenc je v prvem razredu enaka relativni frekvenci prvega razreda, v zadnjem razredu pa je enaka 1.

$$F_j^o = F_{j-1}^o + f^o \qquad F_1^o = f_1^o$$

Kumulativa relativnih frekvenc v vsakem razredu pove, kakšen je delež enot, ki imajo nižjo vrednost od zgornje meje danega razreda.

ZGLED 2

Za podatke iz tabele 43 (str. 43) izračunajte relativne frekvence, kumulative frekvenc in kumulative relativnih frekvenc. Frekvence 3. razreda razložite.

Tabela 45: Izračun relativnih frekvenc, kumulativ frekvenc in kumulativ relativnih frekvenc za frekvenčno porazdelitev dijakov po številu članov v gospodinjstvu (Vir: podatki so izmišljeni)

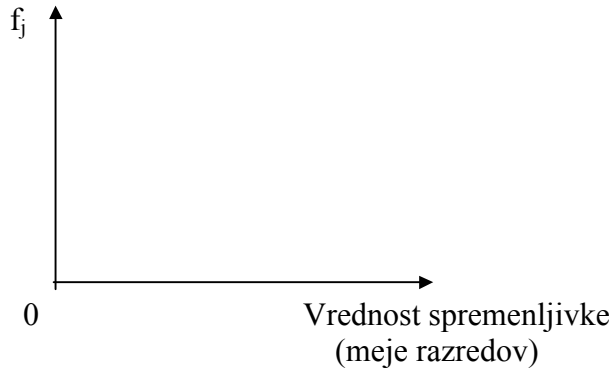
Št. članov v gospodinjstvu	f_j	f_j^o	F_j	F_j^o
1 – 2	3	0,097	3	0,097
3 – 4	22	0,710	25	0,807
5 – 6	5	0,161	30	0,968
7 – 8	1	0,032	31	1,000
Skupaj	31	1,000		

f_j = 5: 5 dijakov živi v gospodinjstvu, ki šteje 5 do 6 članov.
f_j^o = 0,161: Vsega skupaj je 16,6 % dijakov, ki živijo v gospodinjstvu s 5 − 6 člani.
F_j = 30: 30 dijakov živi v gospodinjstvu, ki šteje manj kot 7 članov.
F_j^o = 0,968: 96,8 % dijakov živi v gospodinjstvu, ki šteje do vključno 6 članov.

4.2.1 Grafični prikaz frekvenčne porazdelitve

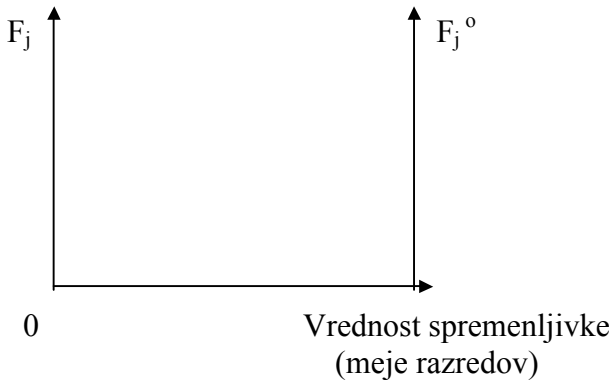
Frekvenčno porazdelitev lahko prikažemo s *histogramom* (stolpci), s *poligonom* (linijski grafikon), porazdelitev z enako širokimi razredi pa lahko prikazujemo tudi s *strukturnim krogom*. Kumulativo frekvenc in kumulativo relativnih frekvenc prikazujemo z linijskim grafikonom.

Slika 15: Prikaz frekvenčne porazdelitve s stolpci oz. z linijskim grafikonom (Vir: lasten)



V histogramu je višina stolpcev sorazmerna s številom enot v posameznem razredu. V poligonu označimo točke nad sredinami razredov, pri prikazovanju kumulative pa na mejah razredov. Ob desni strani prikažemo skalo za kumulativo relativnih frekvenc.

Slika 16: Prikaz kumulative frekvenc (Vir: lasten)



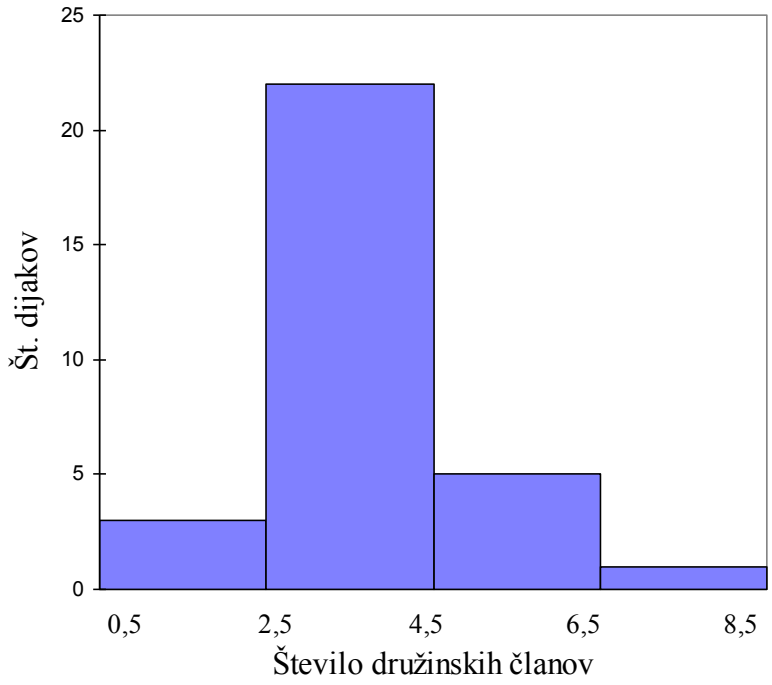
Kumulative frekvenc in kumulative relativnih frekvenc prikazujemo grafično z OGIVO. Ta specifični graf je podrobno opisan v gradivu, ki je dosegljivo na spletni strani http://moodle.sc-rm.net. S soavtorjema vas vabim, da jo obiščete, kliknete na E-gradiva in se nato postavite na predmet statistika. S prijavo "gost" lahko aktivno sodelujete pri nalogah, ki so priložene.

ZGLED 3

Narišite histogram, poligon in strukturni krog ter obe kumulativi frekvenc za dijake po številu članov v gospodinjstvu (tabela 43, str. 43).

a) Prikaz s histogramom

Slika 17 : Dijaki po št. družinskih članov
(Vir: podatki so izmišljeni)



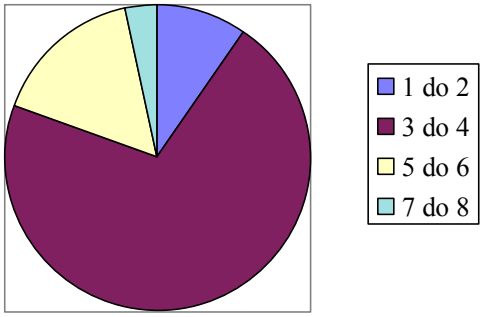
b) Prikaz s poligonom

Slika 18 : Dijaki po št. družinskih članov
(Vir: podatki so izmišljeni)



a) Prikaz s strukturnim krogom

Slika 19 : Dijaki po št. družinskih članov
(Vir: podatki so izmišljeni)



Pridobljeno znanje o frekvenčnih porazdelitvah nam bo predstavljalo izhodišče za izračunavanje srednjih vrednosti, ki jih bomo spoznali v naslednjem poglavju.

VAJE

1. Za podatke v tabeli določite obdelovalne meje razredov in sredine ter širine razredov.

Tabela 46: Dokončane stanovanjske stavbe po številu stanovanj 2007 (Vir: Statistični letopis RS 2008, str. 363)

Število stanovanj	Število stavb
1 − 2	3547
3 − 10	219
11 − 20	48
21 – 50	40
51 – 100	15
Skupaj	3869

2. a) Za podatke iz tabele 46 izračunajte relativne frekvence, kumulative frekvenc in kumulative relativnih frekvenc (zaradi majhne vrednosti v nekaterih poljih je smiselni izračun na tri decimalna mesta natančno).

   b) Razložite frekvence tretjega razreda.

   c) Za podatke iz omenjene tabele narišite histogram in poligon.

3. Tabela 47: Razveze zakonskih zvez po starosti žene v letu 2007 (Vir: Statistični letopis RS 2008, str. 94)

Starost žene	Število razvez
Pod 20	1
20 – 40	67
25 – 29	247
30 – 34	461
35 – 39	486
40 – 44	480
45 – 49	375
50 – 54	265
55 – 59	142
60 – 64	52
65 +	41
Skupaj	2617

   a) Iz podatkov iz tabele 47 izračunajte relativne frekvence, kumulative frekvenc in kumulative relativnih frekvenc (na štiri decimalna mesta natančno).

   b) Razložite frekvence petega razreda.

Rešitve

1. Tabela 48: Frekvenčna porazdelitev dokončanih stanovanjskih stavb po številu stanovanj 2007 (Vir: Statistični letopis RS 2008, str. 363)

Število stanovanj	$y_{j,min}$	$y_{j,max}$	y_j	d_j
1 − 2	0,5	2,5	1,5	2
3 − 10	2,5	10,5	6,5	8
11 − 20	10,5	20,5	15,5	10
21 – 50	20,5	50,5	35,5	30
51 – 100	50,5	100,5	75,5	50

2. a) Tabela 49: Izračun relativnih frekvenc, kumulativ frekvenc in kumulativ relativnih frekvenc za frekvenčno porazdelitev dokončanih stanovanjskih stavb po številu stanovanj 2007 (Vir: Statistični letopis RS 2008, str. 363)

Število stanovanj	f_j	f_j^o	F_j	F_j^o
1 − 2	3547	0,917	3547	0,917
3 − 10	219	0,057	3766	0,974
11 − 20	48	0,012	3814	0,986
21 – 50	40	0,010	3854	0,996
51 – 100	15	0,004	3869	1,000
Skupaj	3869	1,000		

$f_3 = 48$
Izmed vseh zgrajenih stavb leta 2007 v Sloveniji jih je bilo 48 takih, ki so imela od 11 do vključno 20 stanovanj.
$f_3^0 = 0,012$
Izmed vseh zgrajenih stavb leta 2007 v Sloveniji je bil delež stavb z 11 do vključno 20 stanovanji 0,012. Ali: Leta 2007 je bilo v Sloveniji zgrajenih 1,2 odstotka stavb z 11 do vključno20 stanovanji.
$F_3 = 3814$
Leta 2007 je bilo v Sloveniji zgrajenih 3814 stavb, ki so vsebovale do vključno 20 stanovanj.
$F_3^0 = 0,986$
Izmed vseh zgrajenih stavb leta 2007 v Sloveniji je bil delež stavb z do vključno 20 stanovanji 0,986. Ali: Leta 2007 je bilo v Sloveniji izmed vseh zgrajenih stavb 98,6 odstotkov takšnih z do vključno 20 stanovanji.

b) Tabela 50: Frekvenčna porazdelitev razvez zakonskih zvez po starosti žene v letu 2007 (Vir: Statistični letopis RS 2008, str. 94)

Starost žene	f_i	f_i^o	F_i	F_i^o
Pod 20	1	0,0004	1	0,0004
20 – 40	67	0,0256	68	0,0260
25 – 29	247	0,0944	315	0,1204
30 – 34	461	0,1762	776	0,2966
35 – 39	486	0,1857	1262	0,4823
40 – 44	480	0,1834	1742	0,6657
45 – 49	375	0,1433	2117	0,8090
50 – 54	265	0,1013	2382	0,9103
55 – 59	142	0,0543	2524	0,9646
60 – 64	52	0,0199	2576	0,9845
65 +	41	0,0157	2617	1,0002*
Skupaj	2617	1,0002*		

* Končna vsota vseh relativnih frekvenc oziroma kumulativa relativne frekvence zadnjega razreda naj bi bila 1 (kar predstavlja celotno populacijo). Zaradi zaokroževanja pa včasih prihaja do malenkostnega odstopanja.

$f_5 = 486$
Izmed vseh razvez zakonskih zvez leta 2007 v Sloveniji jih je bilo 486 pri starosti žene od 35 do 39 let.
$f_5^0 = 0,1857$
Izmed vseh razvez zakonskih zvez leta 2007 v Sloveniji je bil delež razvez pri starosti žene od 35 do 39 let 0,1857. Ali: Leta 2007 je bilo v Sloveniji izmed vseh razvez zakonskih zvez 18,57 odstotka pri starosti žene od 35 in 39 let.
$F_5 = 1262$
Leta 2007 je bilo v Sloveniji 1262 razvez zakonskih zvez pri starosti žene od 35 do 39 let.
$F_5^0 = 0,4823$
Izmed vseh razvez zakonskih zvez leta 2007 v Sloveniji je bil delež razvez pri starosti žene od 35 do 39 let 0,4823. Ali: Leta 2007 je bilo v Sloveniji izmed vseh razvez zakonskih zvez 48,23 odstotka pri starosti žene do 39 let.

5. SREDNJE VREDNOSTI

Vas zanima zakaj je možno, da vam na razgovoru za delovno mesto povedo, da je povprečni neto osebni dohodek na zaposlenega 1200 EUR, največ zaposlenih pa prejema neto osebni dohodek v znesku 900 EUR. Takšna in podobna razhajanja bomo spoznali v poglavju o srednjih vrednostih.

Iz frekvenčne porazdelitve vidimo, da se večina vrednosti spremenljivke le malo razlikuje od neke osrednje vrednosti in da lahko določimo predstavnika vseh opazovanih enot, tako imenovano **srednjo vrednost**. Spoznali bomo naslednje srednje vrednosti: *aritmetično sredino*, *mediano*, *modus*, *harmonično* in *geometrijsko sredino*.

5.1 ARITMETIČNA SREDINA (M)

Aritmetična sredina je najbolj prepoznavna in uporabljena srednja vrednost, ki jo imenujemo tudi *povprečje*.

a) Izračun aritmetične sredine iz posamičnih podatkov
Aritmetično sredino dobimo iz posamičnih podatkov tako, da vsoto vseh vrednosti spremenljivke Y delimo s številom vseh enot N.

$$M = \frac{1}{N \cdot (y_1 + y_2 + ... + y_N)} = \frac{Y}{N} \qquad M \cdot N = Y$$

Če bi bile vse vrednosti za številsko spremenljivko Y pri vseh opazovanih enotah enake, bi bile njihove vrednosti enake aritmetični sredini.

ZGLED 1

V tabeli so zbrani podatki o starosti udeležencev izobraževanja odraslih na šoli Učenjak v šolskem letu 2009/10. Iz podatkov izračunajte povprečno starost udeležencev izobraževanja odraslih.

Tabela 51: Udeleženci izobraževanja odraslih, prijavljeni na spomladanski rok poklicne mature, na šoli Učenjak v šolskem letu 2009/10 po starosti (Vir: podatki so izmišljeni)

Zap. št.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Starost	20	33	19	22	27	35	43	25	31	40	19	22	24	30

$$M = \frac{20 + 33 + 19 + ... + 24 + 30}{14} = 27{,}86$$

Povprečna starost udeležencev izobraževanja odraslih, ki so prijavljeni na spomladanski rok poklicne mature v šolskem letu 2009/10, je 27,86 let.

b) Izračun aritmetične sredine iz frekvenčne porazdelitve

Pri frekvenčni porazdelitvi so vrednosti spremenljivke zajete v razredih, zato z izračunom dobimo oceno aritmetične sredine, ki se malce razlikuje od aritmetične sredine, dobljene iz posamičnih podatkov. Imenujemo jo **tehtana** ali **ponderirana aritmetična sredina**, frekvence pa **teže** ali **ponderi**.

$$M^* = \frac{Y^*}{N} = \frac{\sum_{j=1}^{k} y_j f_j}{\sum_{j=1}^{k} f_j}$$

ZGLED 2

Iz podatkov v tabeli 43 (str. 43) izračunajte aritmetično sredino za število družinskih članov v gospodinjstvih dijakov.

Tabela 52: Frekvenčna porazdelitev dijakov po številu članov v gospodinjstvu (Vir: podatki so izmišljeni)

Št. članov v gospodinjstvu	f_j	y_j	$f_j y_j$
1 – 2	3	1,5	4,5
3 – 4	22	3,5	77,0
5 – 6	5	5,5	27,5
7 – 8	1	7,5	7,5
Skupaj	31	-	116,5

$$M^* = \frac{Y^*}{N} = \frac{\sum_{j=1}^{k} y_j f_j}{\sum_{j=1}^{k} f_j} = \frac{116,5}{31} = 3,76$$

Ocena aritmetične sredine je 3,76 članov v gospodinjstvu. To pomeni, da je povprečno število članov v gospodinjstvu dijakov 3,76.

Slabost aritmetične sredine je v tem, da nanjo vplivajo skrajne vrednosti.

5.2 MEDIANA (Me)

Mediana je srednja vrednost*, od katere ima polovica enot manjše vrednosti, polovica pa večje*. Mediana leži točno na sredini ranžirne vrste, ki prikazuje podatke, zapisane po velikosti. Rang (R) nam pove mesto posameznega podatka v ranžirni vrsti. V ranžirni vrsti opazujemo N enot populacije, ki so razvrščene po velikosti spremenljivke Y:

R	1	2	3	...	N
Y	y_{min}	y_2	y_3	...	y_{max}

Rang mediane izračunamo po obrazcu:

$$R = \frac{N+1}{2}$$

a) Izračun mediane iz posamičnih podatkov

Vrednost mediane je odvisna od števila opazovanih enot.

− Če je število opazovanih enot *liho*, je mediana enaka podatku na sredini vrste.

$$Me = y_R$$

ZGLED 3

Iz podatkov v tabeli izračunajte mediano in interpretirajte dobljeni rezultat.

Tabela 53: Udeleženci izobraževanja odraslih, prijavljeni na spomladanski rok poklicne mature, na šoli Učenjak v šolskem letu 2009/10 po starosti (Vir: podatki so izmišljeni)

Zap. št.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Starost	20	33	19	22	27	35	43	25	31	40	19	22	24

Podatke najprej razvrstimo v ranžirno vrsto (uredimo jih po velikosti).

R	1	2	3	4	5	6	*7*	8	9	10	11	12	13
Y	19	19	20	22	22	24	*25*	27	31	33	35	40	45

$$R = \frac{13+1}{2} = 7 \qquad Me = y_7 = 25$$

Polovica udeležencev izobraževanja odraslih, prijavljenih na spomladanski rok poklicne mature, je mlajših od 25 let, polovica pa starejših.

− Če je število opazovanih enot *sodo*, izračunamo mediano kot povprečje obeh podatkov na sredini vrste.

$$Me = \frac{y_{R-0,5} + y_{R+0,5}}{2}$$

ZGLED 4

Iz podatkov v tabeli izračunajte mediano in interpretirajte dobljeni rezultat.

Tabela 54: Udeleženci izobraževanja odraslih, prijavljeni na spomladanski rok poklicne mature, na šoli Učenjak v šolskem letu 2009/10 po starosti (Vir: podatki so izmišljeni)

Zap. št.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Starost	20	33	19	22	27	35	43	25	31	40	19	22	24	30

R	1	2	3	4	5	6	*7*	*8*	9	10	11	12	13	14
Y	19	19	20	22	22	24	*25*	*27*	30	31	33	35	40	45

$$R = \frac{14+1}{2} = 7{,}5$$

$$Me = \frac{25+27}{2} = 26$$

Polovica udeležencev izobraževanja odraslih, prijavljenih na spomladanski rok poklicne mature, je mlajših od 26 let, polovica pa starejših.

b) Izračun mediane iz frekvenčne porazdelitve

Rang mediane izračunamo po že znanem obrazcu. Mediana se nahaja v tistem razredu, ki je prvi z večjo kumulativo od ranga. Razred imenujemo *medialni razred* in ga označimo z indeksom **o**. Oceno mediane izračunamo po naslednjem obrazcu:

$$Me^* = y_{o,\min} + d_o \cdot \frac{R - F_{-1}}{f_o}$$

$y_{o,\,min}$ spodnja meja medialnega razreda
d_o širina medialnega razreda
f_o frekvenca medialnega razreda
F_{-1} kumulativa frekvenc pred medialnim razredom

ZGLED 5

Iz frekvenčne porazdelitve izračunajte mediano in jo interpretirajte.

Tabela 55: Frekvenčna porazdelitev dijakov po oddaljenosti od doma do šole v km (Vir: podatki so izmišljeni)

Oddaljenost v km	f_j	F_j
Do 2	4	4
Nad 2 do 4	5	9
Nad 4 do 6	10	19
Nad 6	9	28
Skupaj	28	-

$$R = \frac{N+1}{2} = \frac{29}{2} = 14{,}5$$

Medialni razred vsebuje nad 4 do 6 kilometrov. Ocena mediane bo torej med tema dvema vrednostma.

$$Me^* = y_{o,\min} + d_o \cdot \frac{R - F_{-1}}{f_o} = 4 + 2 \cdot \frac{14{,}5 - 9}{10} = 5{,}1$$

Polovica dijakov je od šole oddaljena manj kot 5,1 km, polovica pa več.

Prednost mediane pred aritmetično sredino: če imamo odprte razrede, ne moremo izračunati aritmetične sredine, mediano pa lahko.

5.3 MODUS (Mo)

Modus je *najpogostejša vrednost*.

a) Izračun modusa iz posamičnih podatkov

Pri neurejenih podatkih modus preprosto razberemo iz podatkov. Lahko se tudi zgodi, da ima ena množica več modusov.

ZGLED 6

Iz podatkov v tabeli 51 (str. 48) določite modus (najpogostejšo starost udeležencev izobraževanja odraslih) in interpretirajte dobljeni rezultat.

V našem primeru sta modusa dva, 19 in 22. Najpogosteje so udeleženci izobraževanja odraslih, ki so se prijavili na spomladanski rok poklicne mature, stari 19 in 22 let.

b) Izračun modusa iz frekvenčne porazdelitve

Pri izračunu modusa za populacijo, ki je grupirana v frekvenčni porazdelitvi, izhajamo iz razreda z največ enotami (f_{max}). Imenujemo ga *modusni razred* in ga označimo z indeksom **o**.

$$Mo^* = y_{o,\min} + d_o \cdot \frac{f_o - f_{-1}}{2 \cdot f_o - f_{-1} - f_{+1}}$$

$y_{o,\,min}$ spodnja meja modusnega razreda
d_o širina razreda
f_o frekvenca v modusnem razredu
f_{-1} frekvenca v prejšnjem razredu
f_{+1} frekvenca v naslednjem razredu

ZGLED 7

Za podatke iz tabele 43 (str. 43) ocenite modus in interpretirajte rezultat.

Tabela 56: Frekvenčna porazdelitev dijakov po številu članov v gospodinjstvu (Vir: podatki so izmišljeni)

Št. članov v gospodinjstvu y	f_j
1 – 2	3
3 – 4	22
5 – 6	5
7 – 8	1
Skupaj	31

Modusni razred šteje od 3 do 4 družinske člane.

$$Mo^* = y_{o,\min} + d_o \cdot \frac{f_o - f_{-1}}{2 \cdot f_o - f_{-1} - f_{+1}} = 2{,}5 + 2 \cdot \frac{22 - 3}{2 \cdot 22 - 3 - 5} = 3{,}56$$

Največ dijakov živi v gospodinjstvih z 3,56 družinskimi člani.

5.3.1 Odnosi med aritmetično sredino, mediano in modusom

Aritmetična sredina, mediana in modus imajo lahko različne ali enake vrednosti, kar je odvisno od oblike frekvenčne porazdelitve.

Porazdelitve delimo na:

a) **Unimodalne porazdelitve** − te porazdelitve imajo en modus. Odvisno od gostitve vrednosti so lahko:
   − *simetrične* − tu je upadanje gostitve od modusa v levo in desno enakomerno (Mo = Me = M).
   − *asimetrične* − če je upadanje gostitve počasnejše na desno kot na levo, je porazdelitev asimetrična v desno (Mo < Me < M); če pa je upadanje gostitve od modusa v levo počasnejše kot na desno, je porazdelitev asimetrična v levo (Mo > Me > M). Pri asimetričnih porazdelitvah je aritmetična sredina manj primerna za predstavitev vseh opazovanih enot, kot sta mediana in modus.

b) **Polimodalne porazdelitve** imajo več modusov.

Naj vas opozorim, da v tem poglavju nismo spoznali vseh srednjih vrednosti, celotno gradivo pa predstavlja le osnovo za bolj poglobljen in celosten pristop statističnega raziskovanja. Morda pa se boste s tem srečali pri nadaljnjem izobraževanju.

VAJE

1. Katera srednja vrednost izraža povprečno vrednost?

2. V čem je prednost mediane pred drugimi srednjimi vrednostmi?

3. Srednja vrednost, ki populacijo razpolovi, se imenuje:
   - modus,
   - mediana,
   - aritmetična sredina.

4. Konec 19. in v začetku 20. stoletja je bilo mesto Kamnik poznano po zdravilišču. V letih od
   1901 do 1910 je zdravilišče letno obiskalo naslednje število gostov: 153, 155, 117, 123, 85, 89, 100, 67, 51, 60.
   a) Koliko znaša aritmetična sredina?
   b) Koliko znaša mediana?

5. Tabela 57: Slovenski kinematografi po številu sedežev, 2003)
   (Vir: http://www.stat.si/letopis/2005/08_05/08-20-05.htm?jezik=si)

Št. sedežev	Št. kinematografov
1 – 100	1
101 – 200	26
201 – 300	21
301 – 400	16
401 – 500	8
501 in več	4
Skupaj	76

   a) Kaj je v danem primeru statistična enota?
   b) Kaj je v danem primeru spremenljivka?
   c) Kakšne vrste je spremenljivka?
   d) Ali lahko izračunamo povprečno število sedežev slovenskih kinematografov?
   e) Katero je tisto število sedežev, od katerega ima polovica kinematografov več, polovica pa manj sedežev?
   f) Katero je najpogostejše število sedežev v slovenskih kinematografih, zajetih v tabeli?

6. Cene neretvanskih mandarin so na tržnici ″Hruška″ osem sobot zapored bile naslednje: 2,50 EUR/kg, 2,50 EUR/kg, 2,50 EUR/kg, 2,40 EUR/kg, 2,00 EUR/kg, 2,00 EUR/kg, 2,00 EUR/kg, 1,90 EUR/kg. Koliko je znašala najpogostejša cena mandarin?

Rešitve

1. Povprečno vrednost izraža aritmetična sredina.
2. Prednost mediane pred drugimi srednjimi vrednostmi je v tem, da jo lahko izračunamo tudi v nekaterih primerih, ko nimamo vseh znanih podatkov (npr. niso znane ekstremne vrednosti).
3. Mediana.

4. a) 100 gostov
   b) 94,5 gostov
5. a) Kinematograf.
   b) Število sedežev.
   c) Diskretna številska spremenljivka.
   d) Aritmetične sredine ne moremo izračunati, ker je zadnji razred odprt in zanj ne moremo izračunati širine razreda.
   e) Me = 244,7
   f) Mo = 183,8
6. Mo_1= 2,50 EUR/kg, Mo_2= 2,00 EUR/kg

6. LITERATURA

http://www.stat.si/letopis/2005/08_05/08-20-05.htm?jezik=si

Kamnik 1229 – 1979 Zbornik razprav s simpozija ob 750-letnici mesta. Kulturna skupnost Kamnik in Sekcija za krajevno zgodovino zgodovinskega društva za Slovenijo, 1985.

Košmelj, Blaženka. 1996. Statistika. Ljubljana: Državna založba Slovenije.

Košmelj, Blaženka in drugi. 1993. Statistični terminološki slovar. Ljubljana: Statistično društvo Slovenije, in Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije.

Skupaj za zdravje človeka in narave, september 2010. Društvo Ognjič, 2010.

SURS-Statistični urad Republike Slovenije. 2008. Statistični letopis RS 2008.

SURS-Statistični urad Republike Slovenije. 2002. Slovenija v številkah 2002.

SURS-Statistični urad Republike Slovenije. 2000. Ženske in moški v Sloveniji 2000.